2.1.1 24.08.23

h) $x^2 + y^2 + x = 0$

i) $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 14 = 0$

j) $x^2 + y^2 + y = 0$

k) $80x^2 + 80y^2 - 120x + 80y + 17 = 0$

l) $144x^2 + 144y^2 - 216x + 192y = -145$ option

h) $x^2 + x + \frac{1}{4} + y^2 = 0 + \frac{1}{4}$

$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$

Cercle de centre $\left(-\frac{1}{2} ; 0\right)$ et de rayon $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

i) $x^2 + 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 = -14 + 9 + 4$

$(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = -1$

ce n'est pas un cercle

$\frac{12\cancel{0}}{8\cancel{0}} = \frac{3}{2}$

k) $80x^2 + 80y^2 - 120x + 80y = -17 \quad | \div 80$

$x^2 + y^2 - \frac{3}{2}x + y = -\frac{17}{80}$

$x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} + y^2 + y + \frac{1}{4} = -\frac{17}{80} + \frac{9}{16} + \frac{1}{4}$

$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{-17 + 45 + 20}{80}$

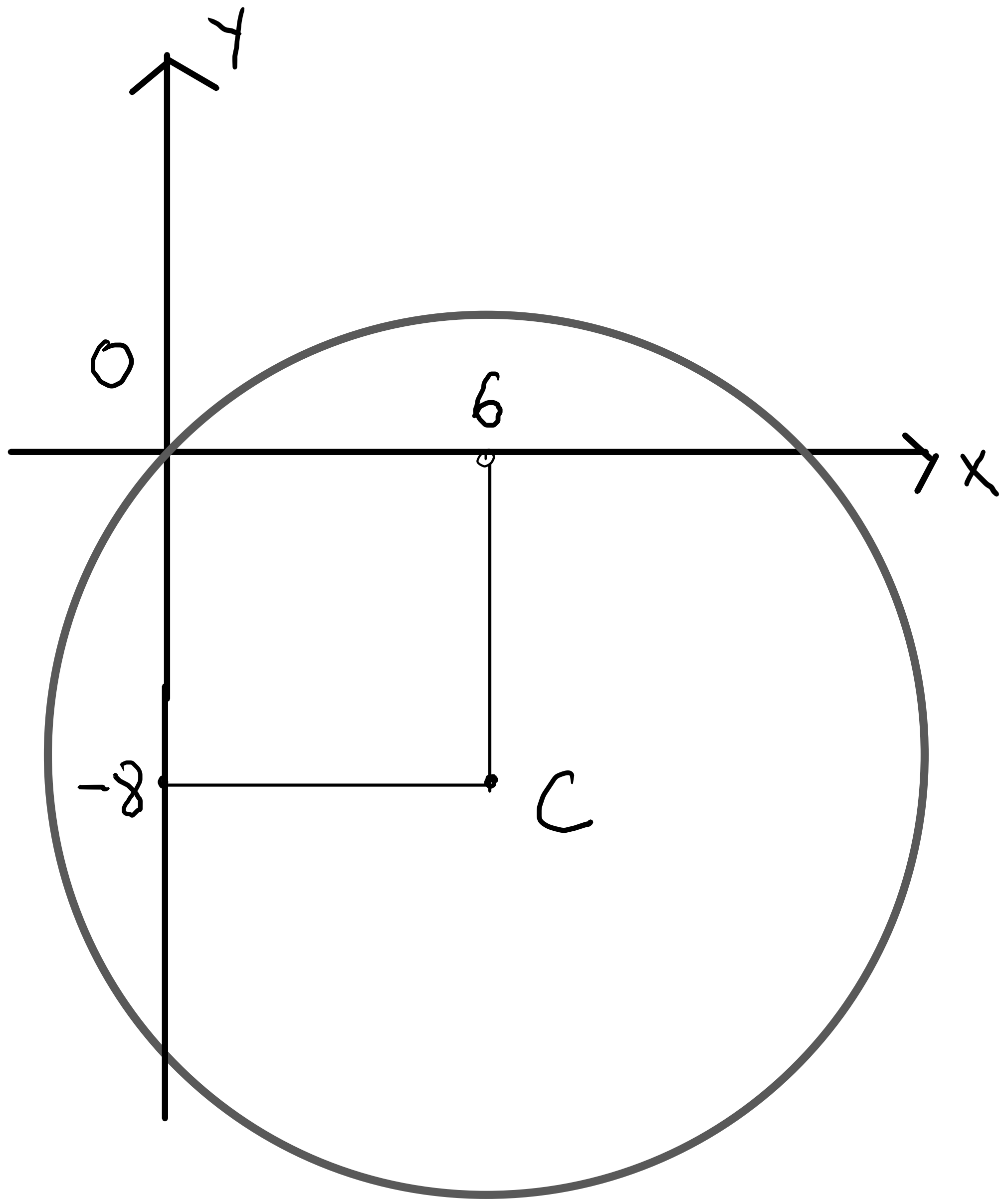
$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{48}{80}$

$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{5}$

centre $\left(\frac{3}{4} ; -\frac{1}{2}\right)$ et rayon $\sqrt{\frac{3}{5}}$

2.1.2 Déterminer l'équation des cercles définis par les conditions suivantes :

c) Le cercle passe par l'origine et son centre est $C(6; -8)$.

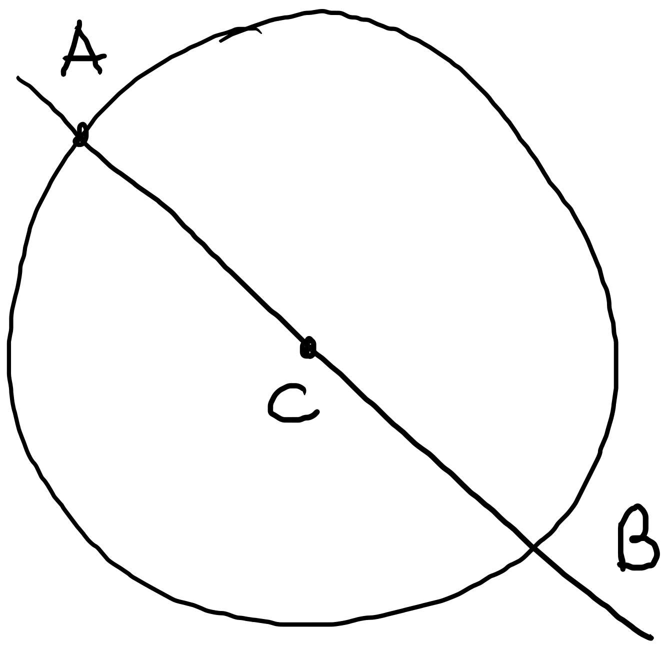


$$(x-6)^2 + (y+8)^2 = 100$$

calcul du rayon :

$$\overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} 6 \\ -8 \end{pmatrix}, \quad r = \|\overrightarrow{OC}\| = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = 10$$

e) Les points $A(3;2)$ et $B(-1;6)$ sont les extrémités d'un diamètre.



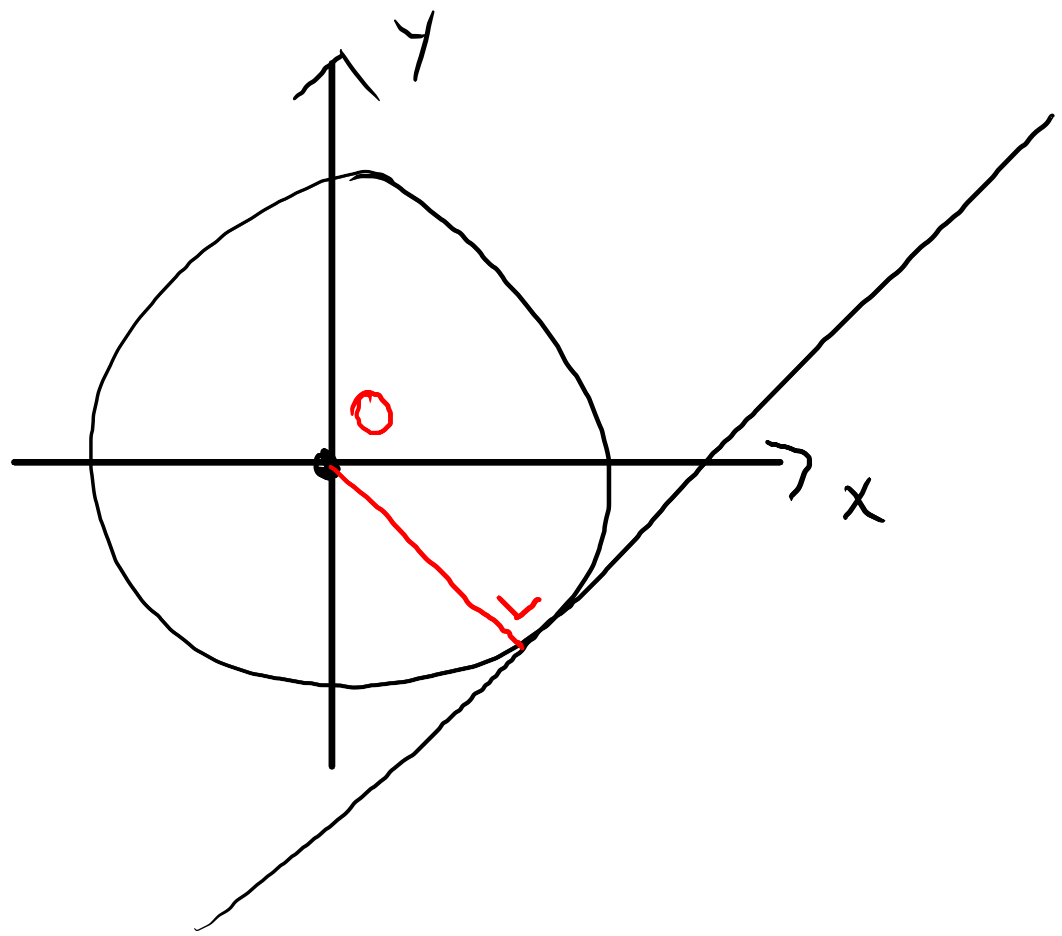
C est le milieu de AB

$C(1;4)$

$\overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$; $\|\overrightarrow{CB}\| = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$

$(x-1)^2 + (y-4)^2 = 8$

f) Le centre est l'origine et le cercle est tangent à $d : 3x - 4y + 20 = 0$.



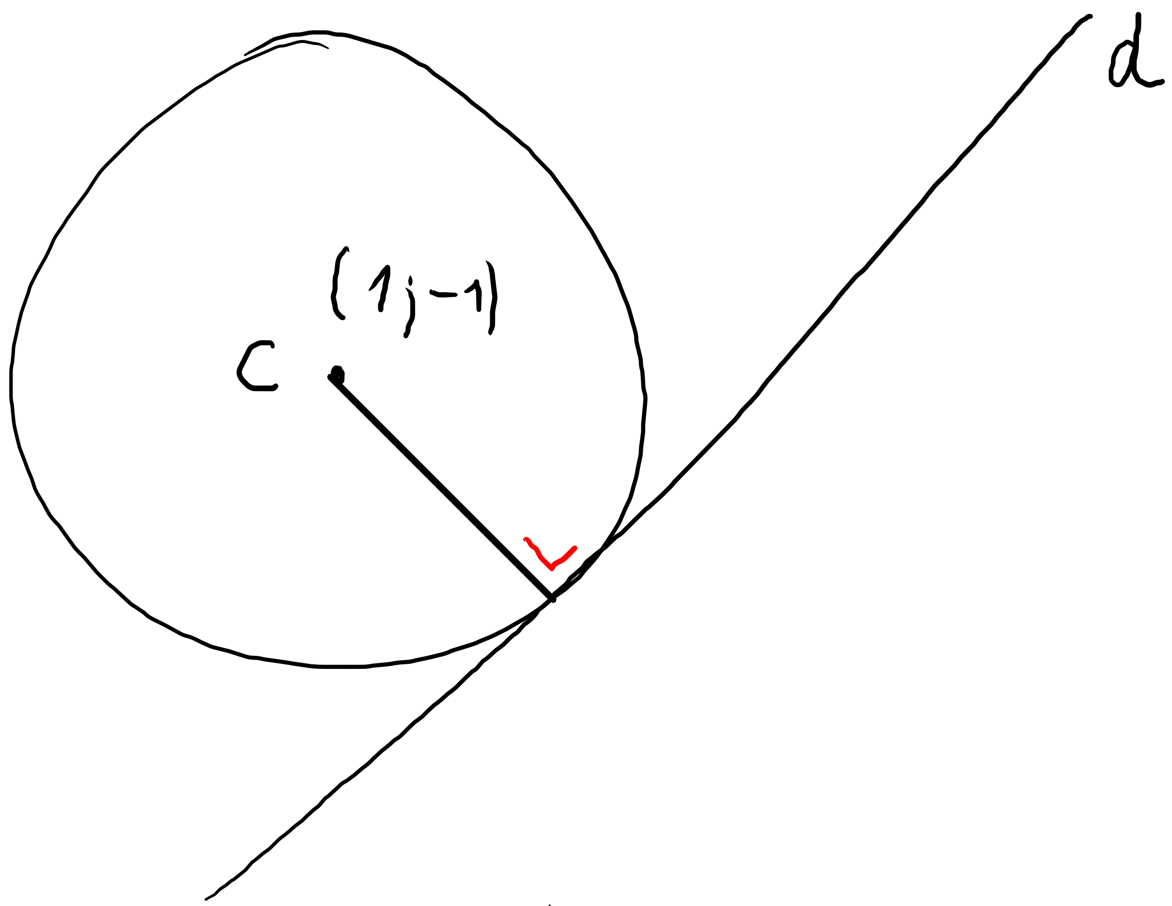
$$x^2 + y^2 = 16$$

rayon : distance entre O et d :

$$\delta = \frac{|3 \cdot 0 - 4 \cdot 0 + 20|}{\sqrt{9+16}} = \frac{20}{5} = 4$$

g) Le centre est $C(1;-1)$ et le cercle est tangent à $d : 5x + 9 = 12y$.

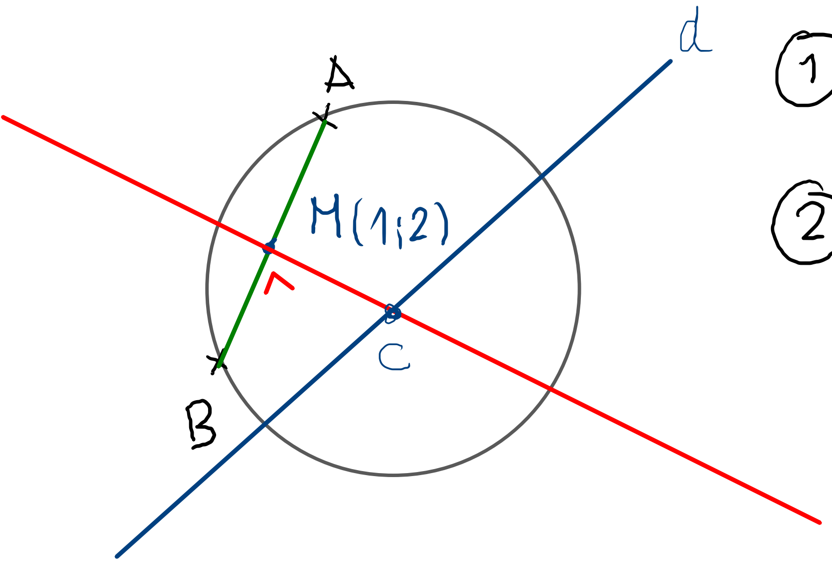
(d) : $5x - 12y + 9 = 0$



$$\delta(C,d) = \frac{|5\cdot 1 - 12\cdot(-1) + 9|}{13} = \frac{5+12+9}{13} = \frac{26}{13} = 2$$

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$$

h) Le cercle passe par $A(3;1)$ et par $B(-1;3)$ et son centre est sur $d : 3x = y + 2$.



① Calculer la médiatrice de AB : m

② Intersection entre d et m qui donne le centre

① Equation de AB

$$\frac{y-1}{x-3} = \frac{3-1}{-1-3} = \frac{2}{-4} = \frac{1}{-2}$$

$$x - 3 = -2(y-1)$$
$$x - 3 = -2y + 2$$

$(AB) : \quad x + 2y - 5 = 0 \qquad m_{AB} = -\frac{1}{2}$

$AB \perp m : \quad 2x - y + c = 0 \qquad m_m = 2$

Milieu de AB : $M(1;2)$

m passe par M : $2 \cdot 1 - 2 + c = 0 \Rightarrow c = 0$

$m : 2x - y = 0$

② $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow C(2;4)$

rayon : $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{10}$

Cercle : $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 10$