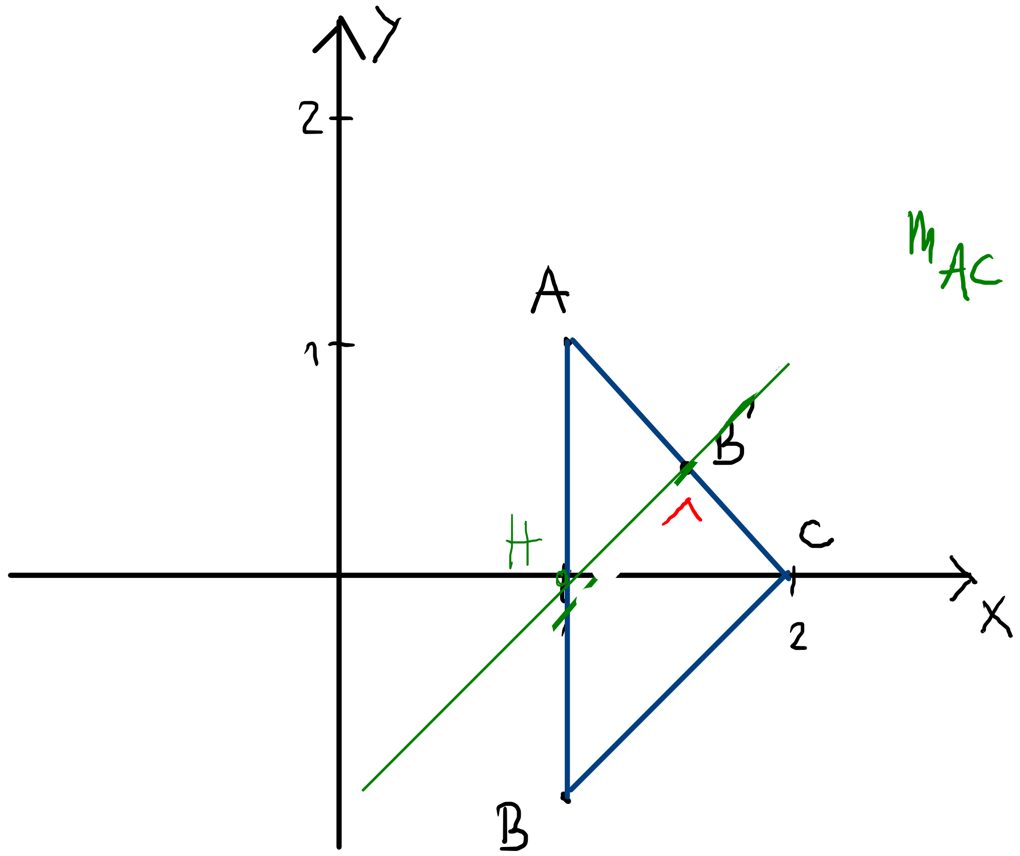
2.1.2

25.08.23

i) Le cercle passe par $A(1;1)$, par $B(1;-1)$ et par $C(2;0)$.



Il faut déterminer deux médiatrices :

m_{AB} : $y = 0$

m_{AC} : à calculer

- $B'\left(\frac{3}{2} ; \frac{1}{2}\right)$
- (AC) : $\dfrac{y-1}{x-1} = \dfrac{0-1}{2-1} = \dfrac{-1}{1} = -1$

$y - 1 = -x + 1$

(AC) : $x + y - 2 = 0$

(m_{AC}) : $x - y + c = 0$

$\frac{3}{2} - \frac{1}{2} + c = 0 \Rightarrow c = -1$

(m_{AC}) : $x - y - 1 = 0$

Centre du cercle : $\begin{cases} x - y = 1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 1$

Centre du cercle $H(1;0)$, rayon 1

Equation du cercle : $(x-1)^2 + y^2 = 1$

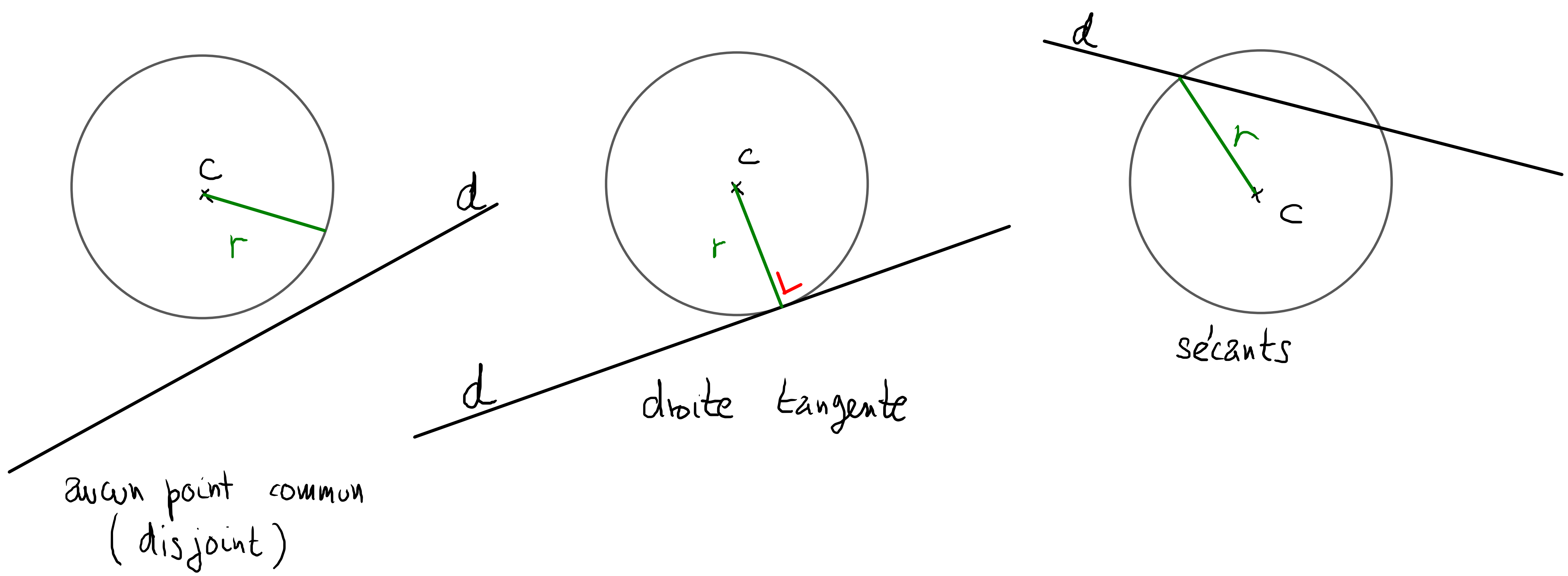
2.1.3 Déterminer la position relative des deux objets suivants :

a) la droite $y = 2x - 3$ et le cercle $x^2 + y^2 - 3x + 2y = 3$;

b) la droite $x - 2y - 1 = 0$ et le cercle $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 12 = 0$;

c) la droite $y = x + 10$ et le cercle $x^2 + y^2 = 1$.

Position d'une droite par rapport à un cercle :



distance $(c, d) > r$ distance $(c, d) = r$ distance $(c, d) < r$

a) $x^2 - 3x + \frac{9}{4} + y^2 + 2y + 1 = 3 + \frac{9}{4} + 1$

$(x - \frac{3}{2})^2 + (y + 1)^2 = \frac{25}{4}$

centre $(\frac{3}{2} ; -1)$ rayon $\frac{5}{2}$

$\delta(c, d) = \frac{|3 + 1 - 3|}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} < \frac{5}{2}$, donc la droite et le cercle sont sécants.

$(d) : 2x - y - 3 = 0$

b) la droite $x - 2y - 1 = 0$ et le cercle $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 12 = 0$;

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 + 2y + 1 = -12 + 16 + 1$$

$$(x-4)^2 + (y+1)^2 = 5$$

$$\boxed{\text{centre} : (4;-1) \ , \ \text{rayon} : \sqrt{5}}$$

$$\delta(c,d) = \frac{|4+2-1|}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

La droite est tangente au cercle

c) la droite $y = x + 10$ et le cercle $x^2 + y^2 = 1$.

$$\boxed{\text{Centre du cercle} : (0;0) \ , \ \text{rayon} : 1}$$

droite $x - y + 10 = 0$

$$\delta(c,d) = \frac{|0-0+10|}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} > 1$$

2.1.4 Déterminer la position relative des cercles

$$\gamma_1 : x^2 + y^2 - 16x - 20y + 115 = 0 \quad \text{et} \quad \gamma_2 : x^2 + y^2 + 8x - 10y + 5 = 0$$