1.2.35 Dans P_3, on considère les polynômes $\mathcal{B}_{P_3} = (t^3, t^2, t, 1)$

$$p_1 = t^3 - 2t^2 + 4t + 1, \quad p_2 = 2t^3 - 3t^2 + 9t - 1, \quad p_3 = t^3 + 6t - 5 \quad \text{et} \quad p_4 = 2t^3 - 5t^2 + 7t + 5$$

Calculer $\dim(\langle p_1; p_2; p_3; p_4 \rangle)$ et trouver une base du supplémentaire de ce sous-espace.

d'un

$$\langle p_1, p_2, p_3, p_4 \rangle = V$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & -3 & 9 & -1 \\ 1 & 0 & 6 & -5 \\ 2 & -5 & 7 & 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} L_2 \leftarrow 2L_1 - L_2 \\ L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 2 & -6 \\ 0 & -1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \boxed{1} & -2 & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

donc $\dim(V) = 2$ et la dimension du supplémentaire est égale à $4 - 2 = 2$.

Base du supplémentaire : $\mathcal{B}_{S'} = (t, 1)$