2.3.19

d) $f(x) = \ln\left(\frac{2x}{x+1}\right)$

1) Recherche ED(f) : $\frac{2x}{x+1} > 0$

| $x$ | | $-1$ | | $0$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{2x}{x+1}$ | $+$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ |

$ED(f) = ]-\infty;-1[ \cup ]0;+\infty[$

2) Pas de parité, ED non symétrique

3) Signe de f(x)

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{x+1} = 1 \Leftrightarrow 2x = x+1 \Leftrightarrow x = 1$

| $x$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $+$ | ‖ | //// | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ |

## 4) Recherche des asymptotes

AV :
$$\lim_{\substack{x \to -1 \\ <}} \ln\left(\frac{2x}{x+1}\right) = +\infty \quad \Rightarrow \text{AVG} \quad x = -1$$

$\ln\left(\frac{-2}{0^-}\right)$

$$\lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} \ln\left(\frac{2x}{x+1}\right) = -\infty \quad \Rightarrow \text{AVD} \quad x = 0$$

$\ln\left(\frac{0^+}{1}\right)$

AH :
$$\lim_{x \to +\infty} \ln\left(\frac{2x}{x+1}\right) = \ln(2) \quad \Rightarrow \quad \text{AHD} : y = \ln(2)$$

$$\lim_{x \to -\infty} \ln\left(\frac{2x}{x+1}\right) = \ln(2) \quad \Rightarrow \quad \text{AHG} : y = \ln(2)$$

En conclusion $y = \ln(2)$ est une AH

## 5) Etude de la croissance

$$\left(\frac{2x}{x+1}\right)' = \frac{2(x+1) - 2x}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x+1}{2x} \cdot \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{1}{x(x+1)}$$

$$ED(f') = \mathbb{R}^* - \{-1\}$$

| $x$ | | $-1$ | | $0$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | $\|$ | $-$ | $\|$ | $+$ |
| $f(x)$ | $\nearrow$ | $\|$ | | $\|$ | $\nearrow$ |

Aucun extrema

6) <u>Courbure</u>

$$f''(x) = \left(\frac{1}{x^2+x}\right)' = \frac{-(2x+1)}{(x^2+x)^2}$$

$$f''(x) = 0 \iff x = -\frac{1}{2}$$

| $x$ | | $-1$ | | $-1/2$ | | $0$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f''(x)$ | $+$ | $\Vert$ | $+$ | $0$ | $-$ | $\Vert$ | $-$ |
| $f(x)$ | $\smile$ | $\Vert$ | | | | $\Vert$ | $\frown$ |

7) Graphique