Géométrie 1 – Révision

Problème 1

Trouver une représentation paramétrique des plans d'équation :

a) $2x - 3y + 4z + 5 = 0$

b) $2x - y + z - 4 = 0$

Problème 2

Montrer que les plans

$$(\alpha) : x - 2y + 1 = 0 \quad (\beta) : 7y - z - 4 = 0 \quad \text{et} \quad (\gamma) : 7x - 2z + 6 = 0$$

sont parallèles à une même droite dont on donnera un vecteur directeur $\vec{d}$.

Problème 3

Déterminer une représentation paramétrique de la droite d'intersection de deux plans α et β , dans les cas suivants :

a) $(\alpha) : x - 2y + z + 3 = 0$ et $(\beta) : x + y - 3z - 2 = 0$

b) $(\alpha) : \begin{cases} x = 3 + k \\ y = 1 + n \\ z = 2 + n \end{cases}$ et $(\beta) : \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 + 2p \\ z = -p + q \end{cases}$

Problème 4

On donne les points $A(3; 4; 0)$, $B(-3; 8; 1)$, $C(1; 2; -3)$, $D(11; 1; 1)$, $E(3; 3; -1)$, $F(8; 3; 1)$, $G(0; 5; -1)$, $P(-5; -2; -5)$ et $Q(0; 4; -3)$.

- Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite PQ et du plan ABC .
- Montrer que la droite DE est incluse dans le plan ABC .
- Montrer que la droite FG est strictement parallèle au plan ABC .

Problème 5

Calculer l'angle aigu entre les deux plans sécants :

$$(\alpha) : x + 2y - z = 0 \quad \text{et} \quad (\beta) : 2x - 3y + 4z - 8 = 0$$

Problème 6

Soit la droite d passant par $A(1; 2; 3)$ et $B(2; 1; 5)$.

On donne encore le plan $(\alpha) : 3x + 2y - 5z = 0$.

Calculer l'angle formé par d et α .

Problème 7

Soit $ABCD$ un tétraèdre de sommets $A(2; 3; 1)$, $B(4; 1; -2)$, $C(6; 3; 7)$, $D(-5; -4; 8)$, calculer :

- a) la longueur de la hauteur du tétraèdre issue de D ;
- b) le volume du tétraèdre ;
- c) l'angle aigu que forment les faces ABC et ABD ;
- d) l'angle aigu que forme l'arête AD avec la face ABC .

Problème 8

Vérifier que le polyèdre $ABCDEFGH$ est un parallélépipède et calculer son volume.

$A(-1; -1; 7)$, $B(-2; 1; 6)$, $C(0; 1; 6)$, $D(1; -1; 7)$, $E(2; -2; 3)$, $F(1; 0; 2)$, $G(3; 0; 2)$ et $H(4; -2; 3)$.

Problème 9

Calculer le volume du tétraèdre $ABCD$.

$A(2; 1; 0)$, $B(1; 1; 3)$, $C(4; -2; 6)$ et $D(2; -3; 0)$