

Géométrie dans l'espace I – TE 819R

Problème	1	2	3	4	5	Total
Points	4	3	4	8	8	27
Points obtenus						

Problème 1 (4 points)

Déterminer une équation cartésienne du plan α passant par les points

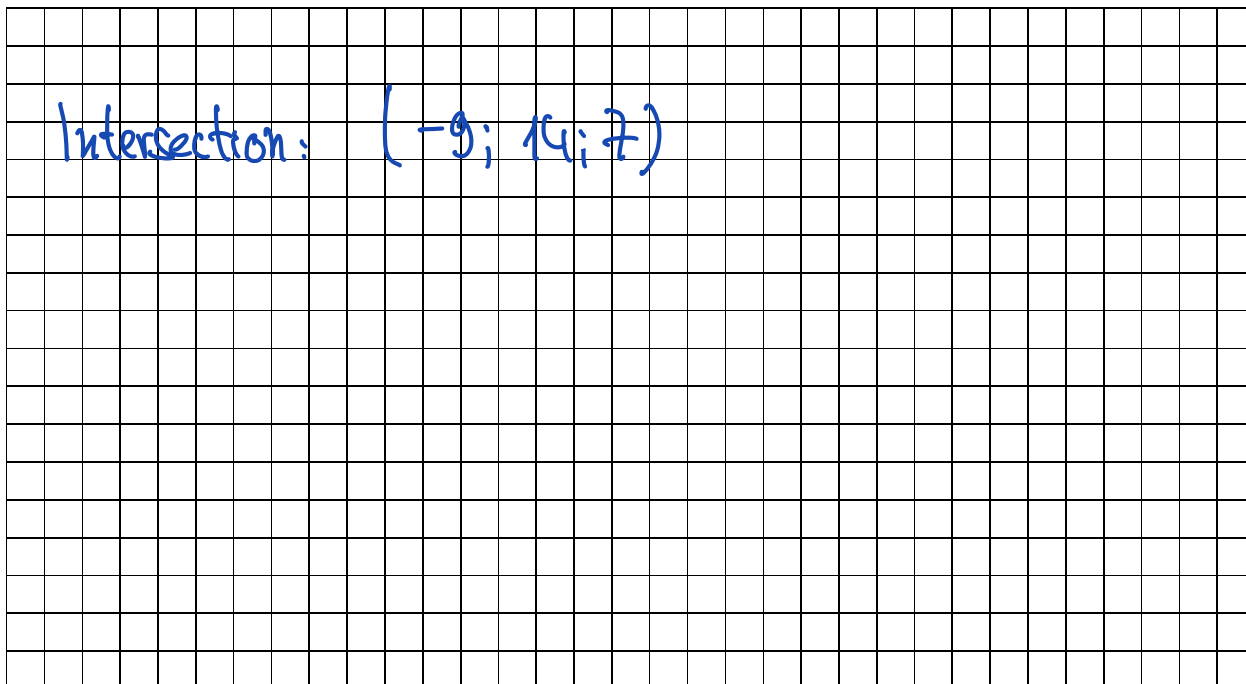
$$A(2; -1; 1) \text{ , } B(12; -6; -10) \text{ et } C(-9; 3; 14)$$

(α): $7x + 3y + 5z - 16 = 0$

Problème 2 (3 points)

Déterminer l'intersection de la droite d et du plan π .

$$(d) : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\pi) : x + 3y - 5z + 2 = 0$$

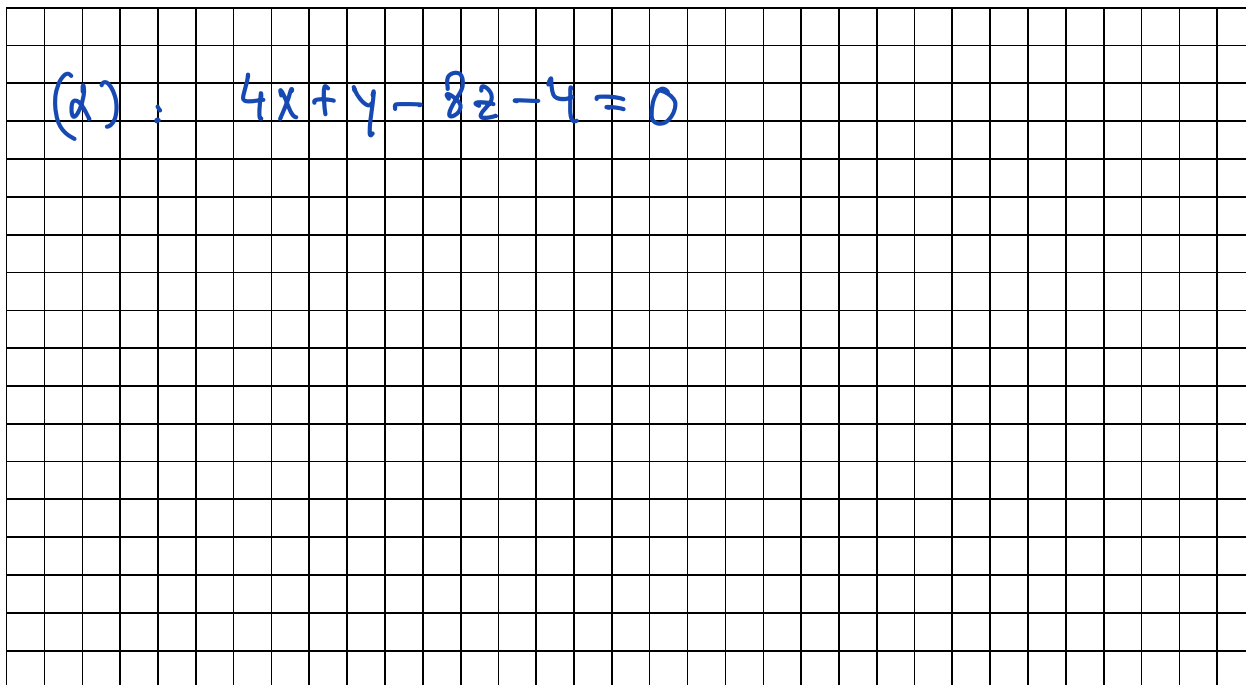


Problème 3 (4 points)

Déterminer une équation cartésienne du plan α perpendiculaire aux plans

$$(\beta) : x + 4y + z - 12 = 0 \quad \text{et} \quad (\gamma) : 3x - 4y + z + 7 = 0$$

et passant par le point $P(1; 0; 0)$.



Problème 4 (8 points)

On donne le point $P(0; -1; 2)$ et deux droites d_1 et d_2 :

$$d_1: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad d_2: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \ell \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- a) Calculer la distance du point P à la droite d_1 .
 b) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d qui passe par P et qui coupe chacune des deux droites d_1 et d_2 .

a) $A(1, 1, 0)$, $B(0, 1, 0)$

$$\vec{AP} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{d}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{d}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AP} \times \vec{d}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \vec{n}$$

$$d(P, d_1) = \frac{\|\vec{AP} \times \vec{d}_1\|}{\|\vec{d}_1\|} = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{3}}$$

b) $d \perp \vec{n}$ qui passe par P :

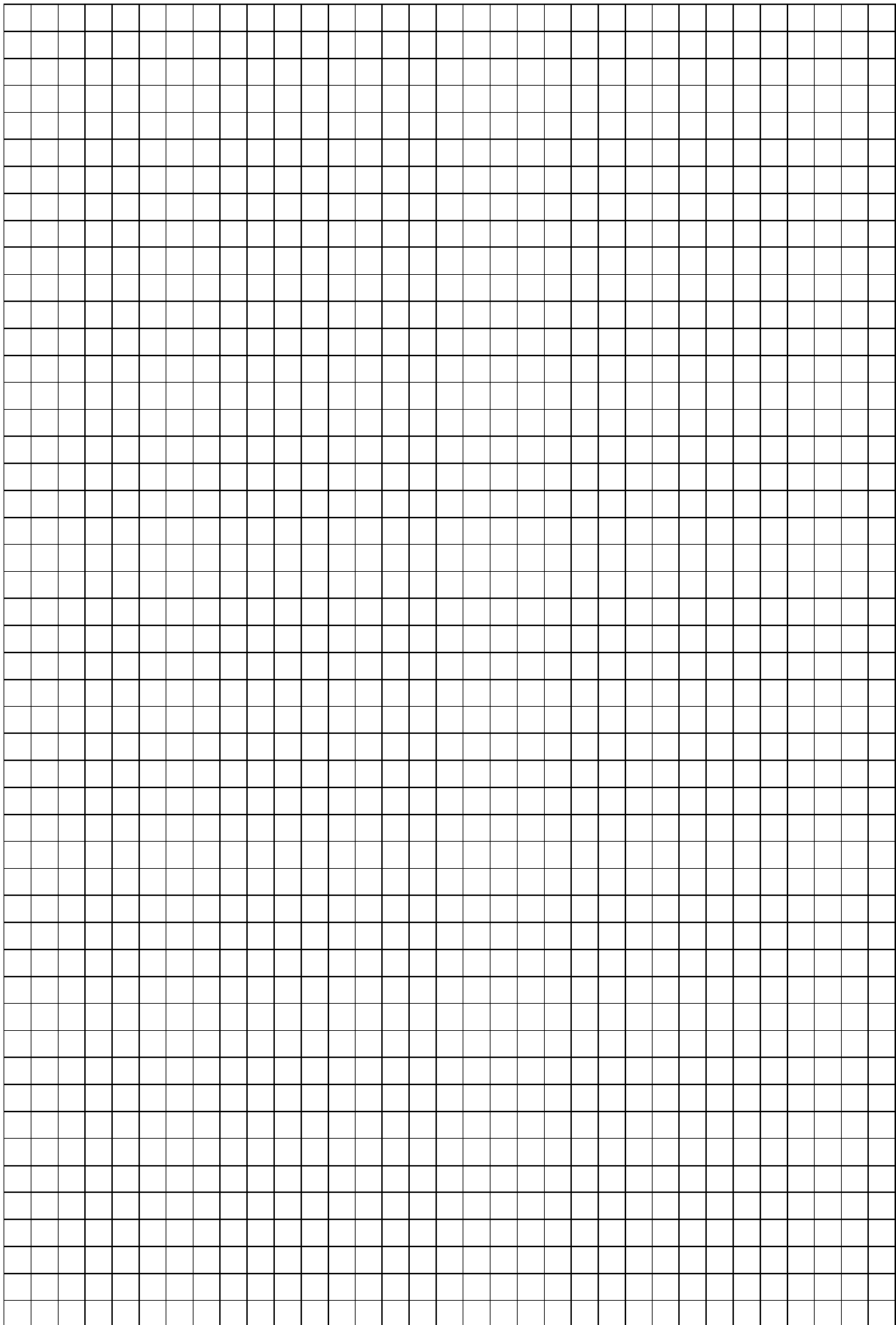
$$(d): y + z + d = 0$$

par $P(0; -1; 2) \Rightarrow d = -1 \Rightarrow (d): y + z - 1 = 0$

Le point cherché: $d_2 \cap d: 1 + \ell - 1 = 0 \Rightarrow \ell = 0$

Le point: $Q(0, 1, 0)$; $\vec{QP} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

droite cherchée: $(QP): \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$



Problème 5 (8 points)

On donne un plan α par l'équation $2x - 2y + z - 4 = 0$ et que la droite d par

$$(d) : \begin{cases} x = 4 - k \\ y = -1 + 5k \\ z = 6 + 12k \end{cases}$$

- a) Démontrer que d est parallèle à α .
- b) La droite d' est l'image de la droite d par une symétrie orthogonale de plan α . Donner un système d'équations paramétriques de d' .

