3M8 - Mercredi 13 novembre 2024

## Algèbre linéaire I - TE 820A

Problème	1	2	3	4	5	Total
Points	6	6	6	6	6	30
Points obtenus						

Problème 1 (6 points)

On considère les matrices

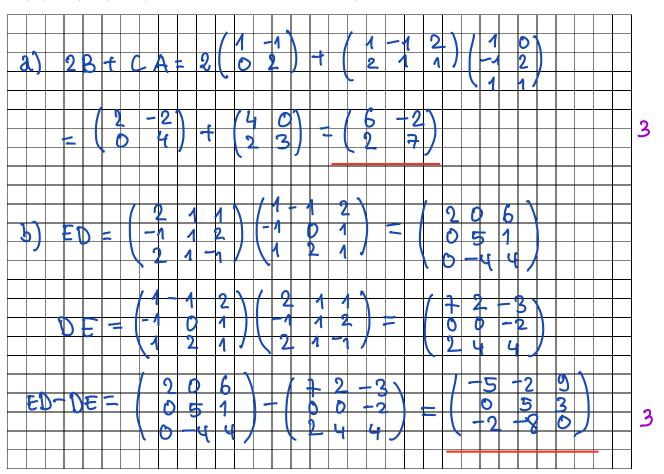
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad E = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Effectuer les calculs suivants

a) 
$$(2 \cdot B) + (C \cdot A)$$

b) 
$$E \cdot D$$



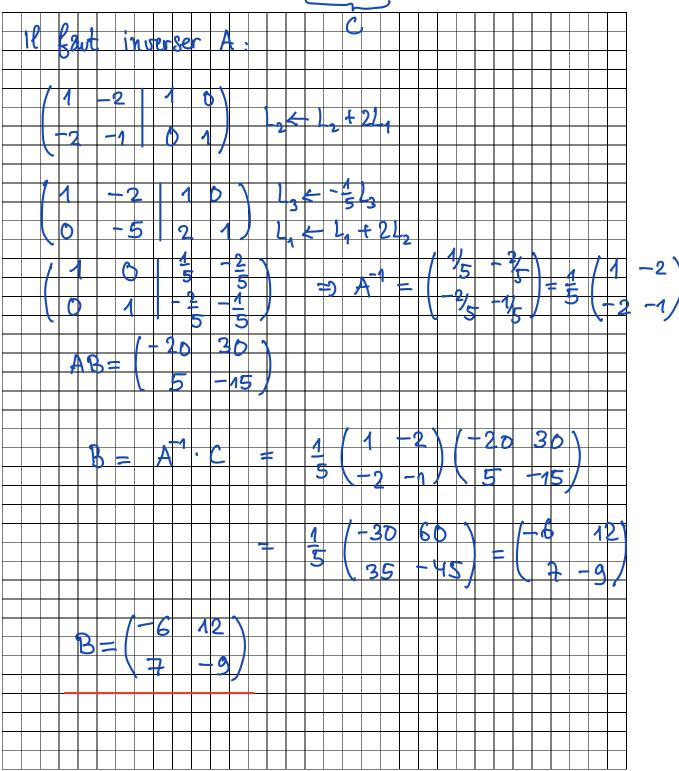
### Problème 2 (6 points)

Considérons la matrice

$$A = \left(\begin{array}{cc} 1 & -2 \\ -2 & -1 \end{array}\right)$$

Trouver la matrice B telle que

$$A \cdot B = \left( \begin{array}{cc} -20 & 30 \\ 5 & -15 \end{array} \right)$$

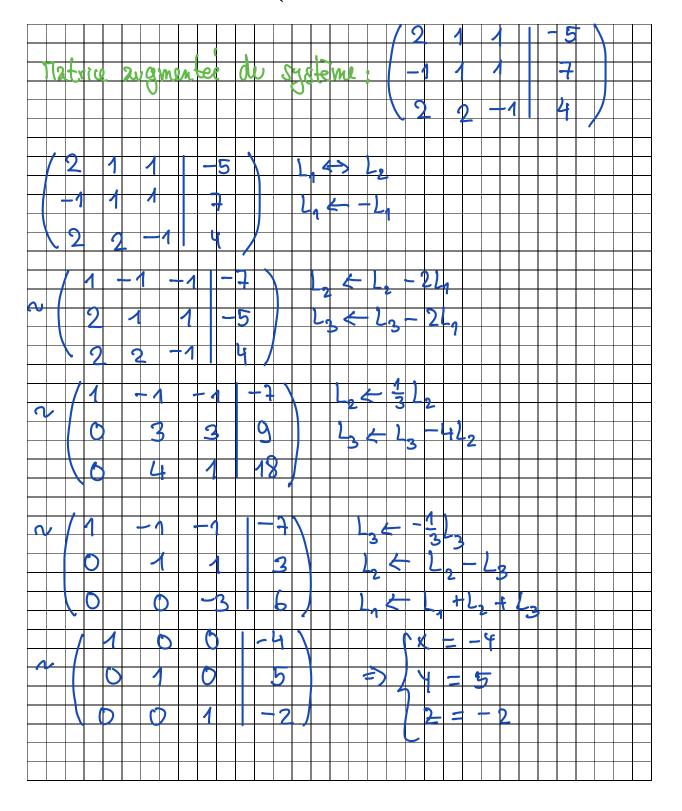


#### Problème 3 (6 points)

Ecrire la matrice augmentée du système ci-dessous et déterminer sa solution en utilisant des opérations élémentaires sur les lignes de cette matrice.

$$\begin{cases} 2x + y + z = -5 \\ -x + y + z = 7 \\ 2x + 2y - z = 4 \end{cases}$$

$$S = \begin{cases} (-4; 5, -2) \end{cases}$$



#### Problème 4 (6 points)

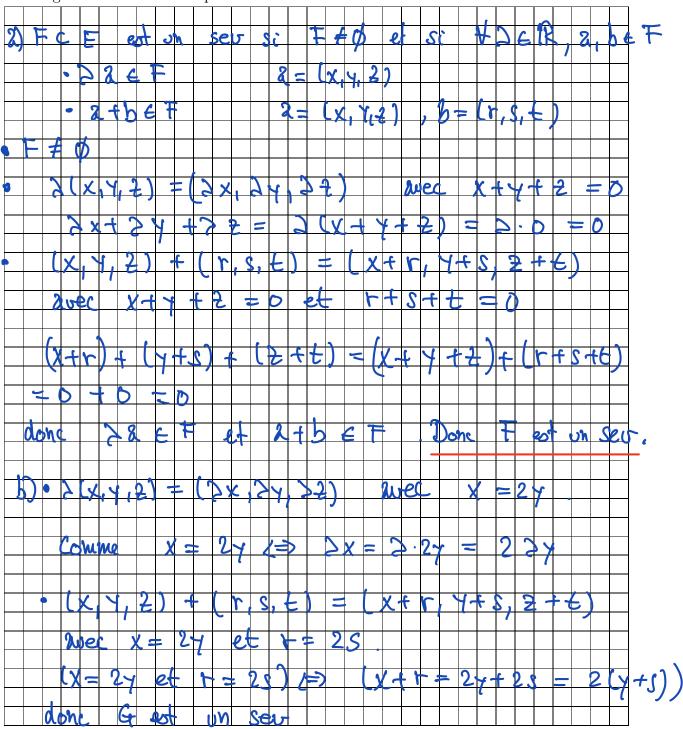
Dans  $E=\mathbb{R}^3,$  l'espace vectoriel des triplets de réels on considère les sous-ensembles suivants de E :

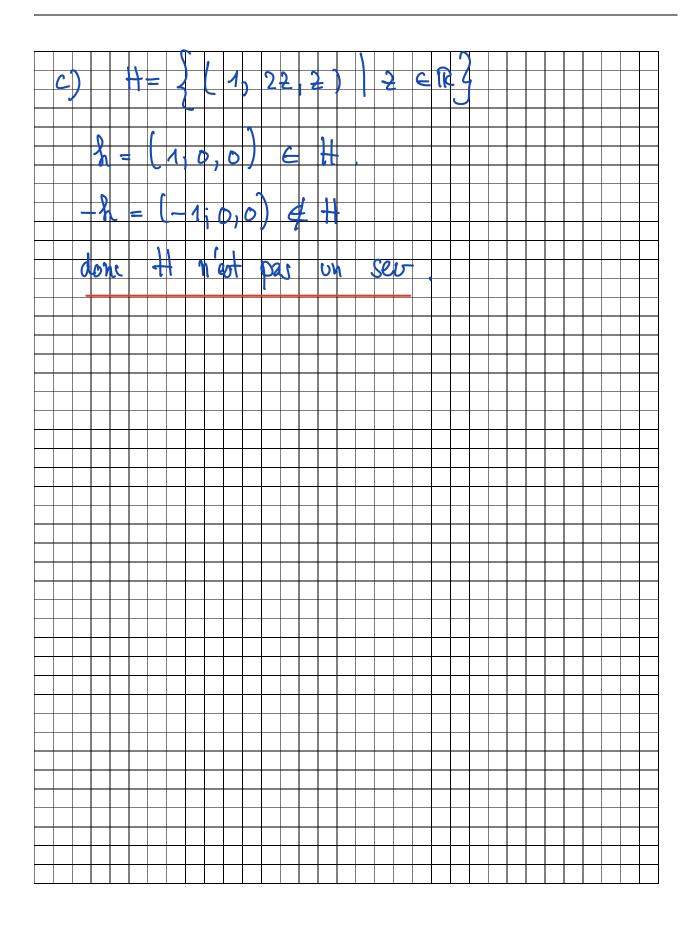
**2)** 
$$F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 0\},\$$

**b)** 
$$G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 2y\},$$

$$H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y = 2 z \text{ et } x = 1\}.$$

Pour chacun de ces sous-ensembles, déterminer s'il s'agit d'un sous-espace vectoriel de E. Justifiez rigoureusement votre réponse en vérifiant les conditions nécessaires.





# Problème 5 (points)

Soit l'ensemble  $E = \mathbb{R}^2$  muni des opérations suivantes :

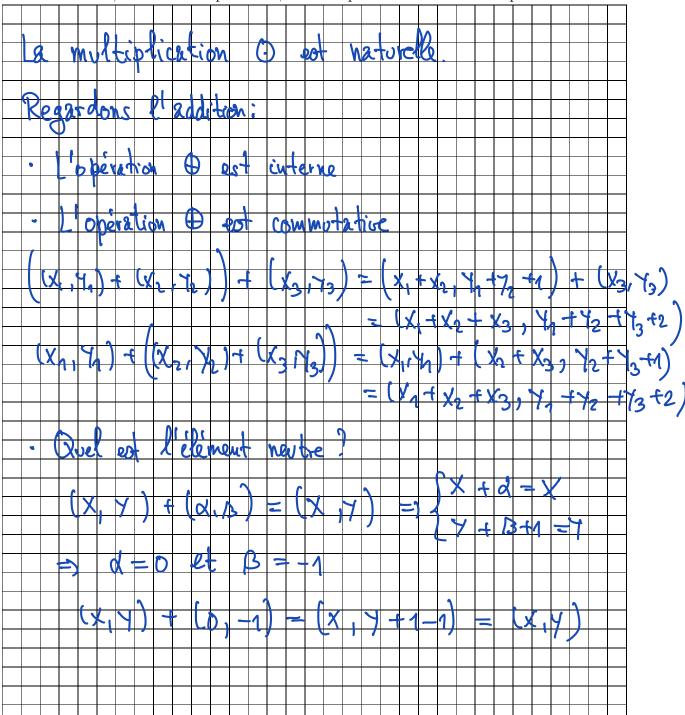
• Addition : pour  $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \in E$ , on définit

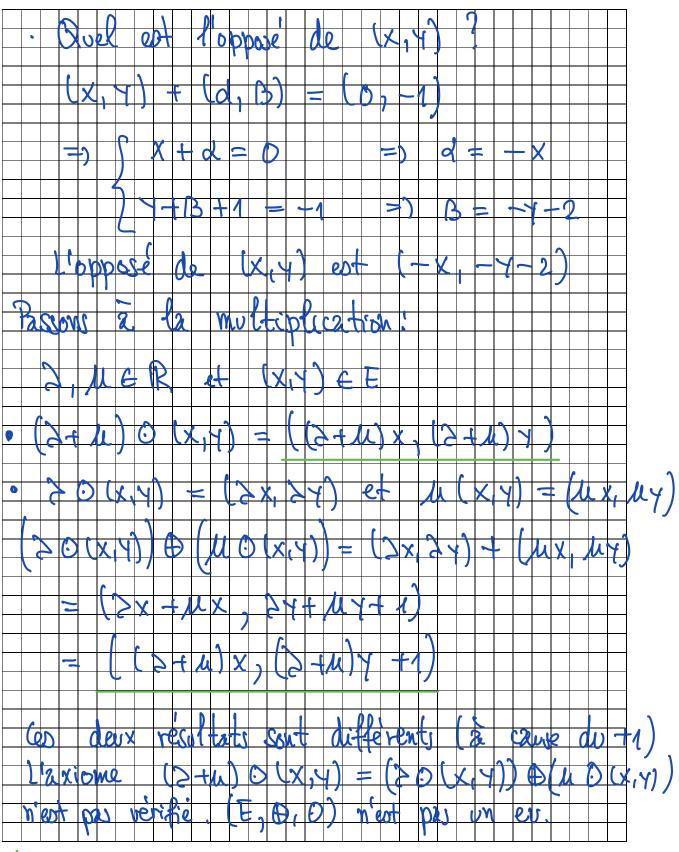
$$(x_1, y_1) \oplus (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2 + 1).$$

• Multiplication par un scalaire : pour tout  $(x,y) \in E$  et tout  $\lambda \in \mathbb{R}$ , on définit

$$\lambda \odot (x, y) = (\lambda x, \lambda y).$$

Déterminer si E, muni de ces opérations, est un espace vectoriel sur le corps  $\mathbb{R}$ .





et aussi:  $2[(x_1)] + (a_1b) = (2x_1 + 2y_1) + (2a_1 + 2b_1 + 2b_1)$   $(2x_1) + (2a_1b) = (2x_1 + 2y_1) + (2a_1 + 2b_1) = (2x_1 + 2a_1 + 2b_1 + 2b_1)$ 

TE 820B - 5