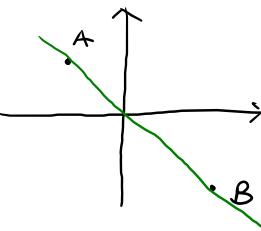


Exercice

Trouver une équation cartésienne de la droite d passant par les points $A(-2; 5)$ et $B(4; -7)$.

1^{ere} méthode

vecteur directeur de d : $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$



$$(d): \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad k \in \mathbb{R}$$

$$(d): \left\{ \begin{array}{l} x = -2 + k \\ y = 5 - 2k \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} \cdot 2 \\ \cdot 1 \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{R}$$

$$\underline{(d): 2x + y - 1 = 0}$$

2^{eme} méthode

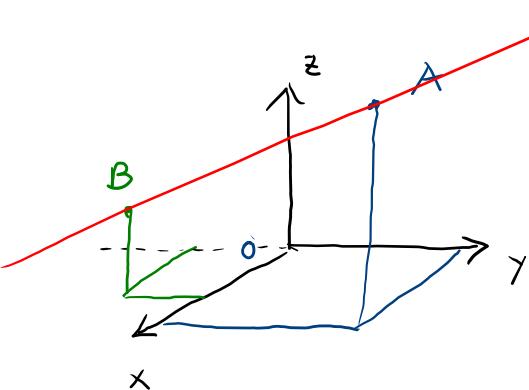
$$(d): \frac{y - 5}{x - (-2)} = \frac{-7 - 5}{4 - (-2)} \Leftrightarrow \frac{y - 5}{x + 2} = \frac{-12}{6} = \frac{-2}{1} \Leftrightarrow -2(x + 2) = 1(y - 5)$$

$$\Leftrightarrow 2x + y - 1 = 0$$

Remarquons que la droite s'écrit aussi :

$$\boxed{\frac{x+2}{1} = \frac{y-5}{-2}}$$

La droite dans l'espace



$A(4; 5; 6)$ et $B(3; -2; 3)$

Determinons une équation paramétrique vectorielle de la droite AB .

Un vecteur directeur de AB : $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -7 \\ -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$(*) \quad (AB): \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} + \kappa \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \kappa \in \mathbb{R}$$

$$(**) \quad (AB): \begin{cases} x = 4 + \kappa \\ y = 5 + 7\kappa \\ z = 6 + 3\kappa \end{cases}, \quad \kappa \in \mathbb{R}$$

$$\left. \begin{cases} x = 4 + \kappa \\ y = 5 + 7\kappa \\ z = 6 + 3\kappa \end{cases} \right| \begin{array}{l} \cdot 3 \\ \cdot (-1) \\ \cdot (-1) \end{array} \quad \begin{matrix} \kappa \\ \cdot 3 \\ \cdot (-1) \end{matrix}$$

$$(AB): \begin{cases} 3x - z = 6 \\ 7x - y = 23 \end{cases} \quad \checkmark$$

Partons de (**):

$$\kappa = \frac{x-4}{1}$$

$$\kappa = \frac{y-5}{7}$$

$$\kappa = \frac{z-6}{3}$$

$$\begin{aligned} y &= 5 + 7\kappa \\ y-5 &= 7\kappa \end{aligned}$$

Les équations cartésiennes

$$\boxed{\frac{x-4}{1} = \frac{y-5}{7} = \frac{z-6}{3}}$$

3.4.1 On donne les droites $d_1 : \frac{x-1}{2} = y+4 = \frac{z}{5}$ et

$$d_2 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

avec $k \in \mathbb{R}$. Les points $A(3; -3; 5)$ et $B(-1/2; 3/2; 2)$ appartiennent-ils à ces droites ?

$$A(3; -3; 5) : \frac{3-1}{2} = -3+4 = \frac{5}{5} \Rightarrow A \in d_1$$

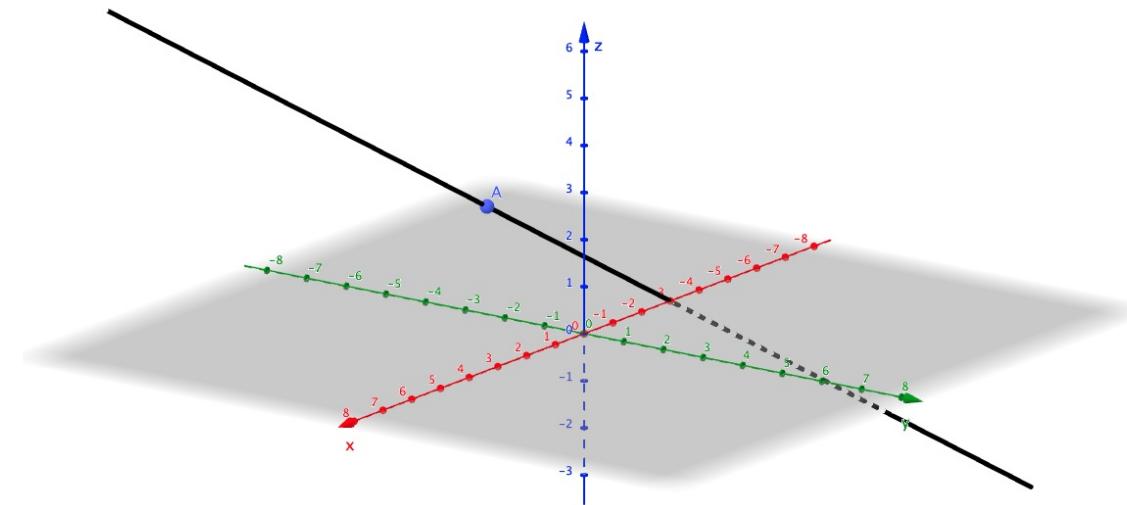
$$1 = 1 = 1 \checkmark$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} k = -3 \\ k = -4 \\ k = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$A \notin d_2$

3.4.2 On donne la droite d'équation paramétrique $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$, avec $k \in \mathbb{R}$. Calculer les coordonnées du point de cette droite :

- a) situé sur Ox ,
- b) qui a une ordonnée égale à 5,
- c) dont l'abscisse et la cote sont égales,
- d) situé sur la droite $\begin{cases} x = -7 + l \\ y = -l \\ z = -1 + 2l \end{cases}$, avec $l \in \mathbb{R}$.



a) $y = z = 0$

$$\begin{cases} x = 2 - 5k & \Rightarrow x = 2 - 5 = -3 \\ 0 = -1 + k & \Rightarrow k = 1 \quad \checkmark \\ 0 = 3 - 3k & \Rightarrow k = 1 \quad \checkmark \end{cases} \quad \underline{\text{A}(-3; 0; 0)}$$

b) $y = 5$: $\begin{cases} x = 2 - 5k \\ 5 = -1 + k \\ z = 3 - 3k \end{cases} \Rightarrow k = 6 \quad \Rightarrow x = 2 - 30 = -28 \quad \Rightarrow z = 3 - 18 = -15$

$B(-28; 5; -15)$

c) $x = z \Leftrightarrow 2 - 5k = 3 - 3k$
 $-2k = 1$
 $k = -\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} x &= 2 + 2,5 = 4,5 \\ y &= -1 - 0,5 = -1,5 \\ z &= 3 + 1,5 = 4,5 \end{aligned}$$

$C\left(\frac{9}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right)$

$$d) \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \quad : \quad \begin{cases} x = -7 + l \\ y = -l \\ z = -1 + 2l \end{cases}$$

On résout un système d'équations

⚠ 3 équations pour 2 inconnues

$$\begin{cases} 2 - 5K = -7 + l \\ -1 + K = -l \\ 3 - 3K = -1 + 2l \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5K - l = -9 \\ K + l = 1 \\ -3K - 2l = -4 \end{cases} \quad \begin{array}{c|c|c} K & l \\ \hline \cdot 1 & \cdot 1 \\ 5 & .1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4l = -4 \\ -4K = -8 \\ 3K + 2l = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} l = -1 \\ K = 2 \\ 3 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) = 6 - 2 = 4 \checkmark \end{cases}$$

$$K=2 : \begin{cases} x = 2 - 10 = -8 \\ y = -1 + 2 = 1 \\ z = 3 - 6 = -3 \end{cases} \quad D(-8; 1; -3)$$

$$l = -1 : \begin{cases} x = -7 - 1 = -8 \\ y = 0 - (-1) = 1 \\ z = -1 - 2 = -3 \end{cases} \quad D(-8; 1; -3)$$

Jeudi : 3.4.3