

Calcul numérique 1 – TE 818A

Problème	1	2	3	4	5	Total
Points	8	8	5	8	8	37
Points obtenus						

Problème 1 (8 points)

On considère la fonction donnée par

$$f(x) = x^7 + 2x - 1$$

a) Démontrer que f n'a qu'un seul zéro réel noté α .

ED(f) = \mathbb{R} , f est continue sur \mathbb{R}

- $f'(x) = 7x^6 + 2$
- $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) > 0$; donc f est strictement croissante
- $f(0) = -1, f(1) = 2$

Comme f est continue, strictement croissante et que $f(0) \cdot f(1) < 0$, f n'admet qu'un seul zéro dans $[0; 1]$.

b) Répondre à cette question dans le fichier `probleme_1.py` qui se trouve dans le dossier TE818A.

Par la méthode de la bisection, calculer une approximation de la valeur de α . On demande 8 chiffres exacts au minimum.

Afficher dans le shell de `Idle` l'intervalle de départ choisi, α et $f(\alpha)$.

$$\alpha = 0.4962920732796192 \quad [0; 1]$$

Problème 2 (8 points)

On considère l'équation :

$$e^x - (x + 5) = 0$$

- a) Déterminer le nombre et la position approximative des solutions positives de cette équation.

ED(f) = \mathbb{R} , f est continue sur \mathbb{R}

• $f'(x) = e^x - 1$

zéro de $f'(x)$: $e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$

x		0	
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$		min	

min : $f(0) = -4$

x	$f(x)$
-10	-5
0	-4
10	22'011

Donc, f admet un zéro négatif sur $[-10; 0]$ et un zéro positif sur $[0; 10]$

- b) Répondre à cette question dans le fichier `probleme_2.py` qui se trouve dans le dossier TE818A.

Utiliser l'algorithme de la bisection pour déterminer toutes les racines positives avec une erreur absolue inférieure à 10^{-7} .

Afficher les zéros dans le shell de Idle.

Problème 3 (5 points)

Répondre à cette question dans le fichier `probleme_3.py` qui se trouve dans le dossier TE818A.

On cherche à résoudre l'équation

$$e^x - 3x^2 = 0$$

qui possède les deux racines $r_1 = -0.4589623$ et $r_2 = 0.91$ ainsi qu'une troisième racine r_3 située près de 4.

Utiliser la méthode de la sécante pour déterminer la troisième racine r_3 avec 4 chiffres significatifs.

Afficher r_3 et $f(r_3)$ dans le shell de Idle.

Problème 4 (8 points)

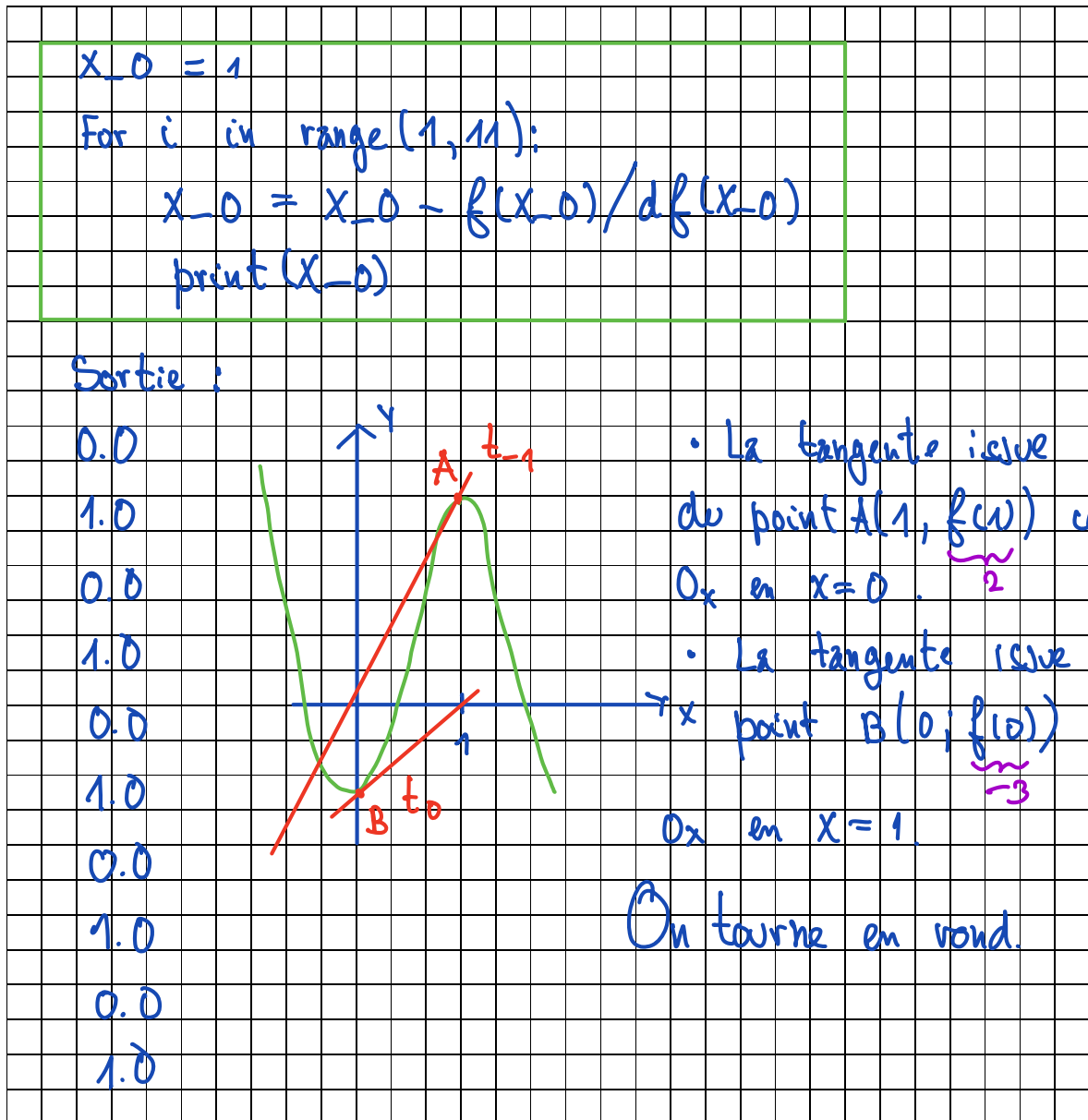
Répondre à cette question dans le fichier `probleme_4.py` qui se trouve dans le dossier TE818A.

Soit la fonction f définie par $f(x) = -5x^3 + 7x^2 + 3x - 3$.

- a) Calculer les 10 premiers termes de la suite de Newton si l'on choisit $x_0 = 1$ comme valeur de départ.

Afficher ces valeurs dans le shell de Idle.

Que peut-on conclure ?



- b) Modifier la valeur de départ, notée p , pour obtenir le zéro de f avec une erreur absolue inférieure à 10^{-6} .

Afficher les valeurs p , k et $f(k)$ dans le shell de Idle.

Problème 5 (8 points)

Soit la fonction

$$h(x) = 144x^3 - 342x^2 - 25x + 300$$

a) Montrer que la fonction h admet trois zéros distincts.

$ED(h) = \mathbb{R}$ et h est continue sur \mathbb{R}

$$h'(x) = 432x^2 - 684x - 25$$
$$\Delta = 684^2 + 100 \cdot 432 = 511\,056$$

Comme $\Delta > 0$, h' admet deux zéros s_1 et s_2

$$s_1 = \frac{684 + \sqrt{511\,056}}{864} = \frac{684 + 155\sqrt{21}}{864} = \frac{57 + 13\sqrt{21}}{72} \approx 1,62 > 0$$
$$511\,056 = 169 \cdot 3024 = 169 \cdot 144 \cdot 21$$
$$s_2 \approx -0,04 < 0$$

x	s_2	s_1
$h'(x)$	+ 0 -	- 0 +
$h(x)$	max	min

$h(s_2) \approx 300,4$
 $h(s_1) \approx -25,8$

Donc h a 3 zéros, 1 zéro négatif x_1 et 2 zéros positifs x_2 et x_3

b) Répondre à cette question dans le fichier `probleme_5.py` qui se trouve dans le dossier TE818A.

Déterminer, en utilisant la méthode de la sécante, le zéro négatif r de h avec 6 chiffres significatifs. Afficher r et $f(r)$ dans le shell de Idle.

Calcul numérique 1 – TE 818B

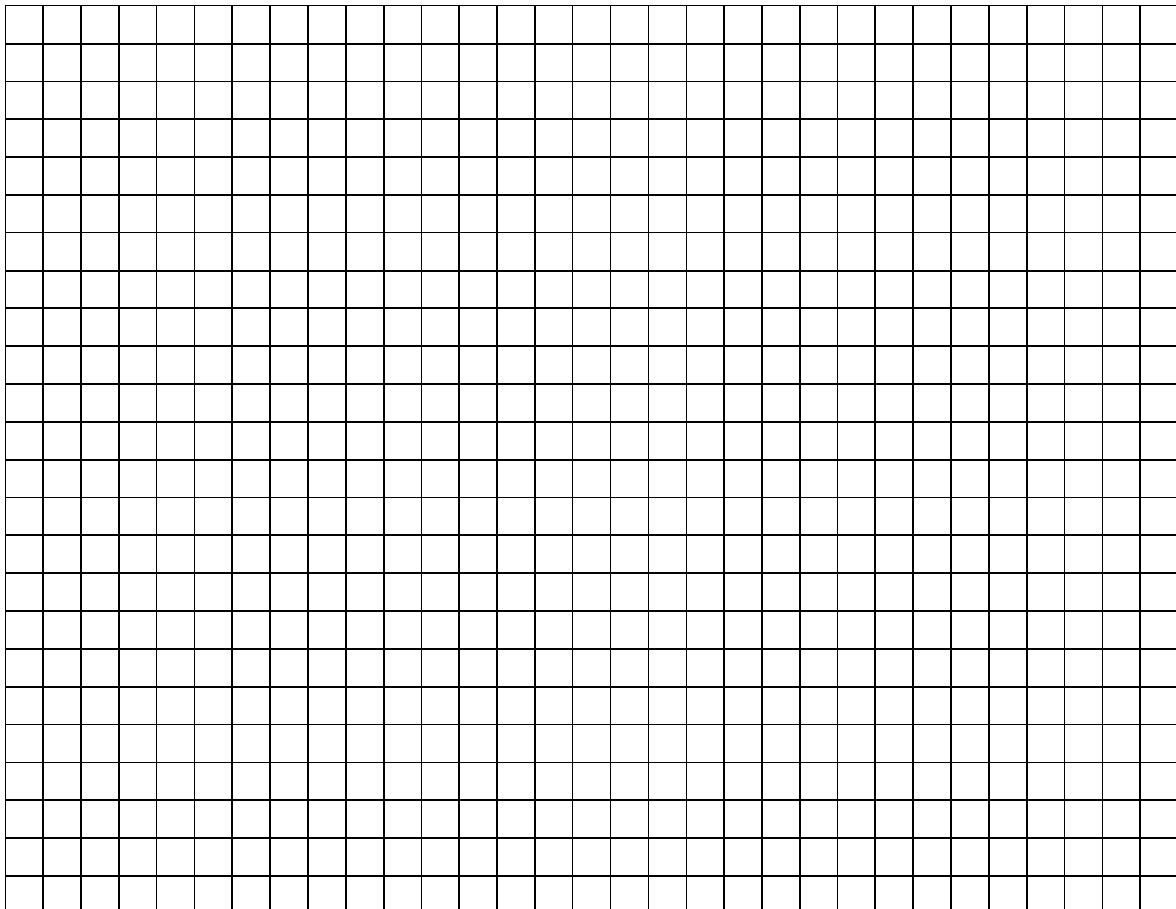
Problème	1	2	3	4	5	Total
Points	8	8	5	8	8	37
Points obtenus						

Problème 1 (8 points)

On considère l'équation :

$$e^x - (x + 5) = 0$$

- a) Déterminer le nombre et la position approximative des solutions positives de cette équation.



- b) Répondre à cette question dans le fichier `probleme_1.py` qui se trouve dans le dossier TE818B.

Utiliser l'algorithme de la bisection pour déterminer toutes les racines positives avec une erreur absolue inférieure à 10^{-7} .

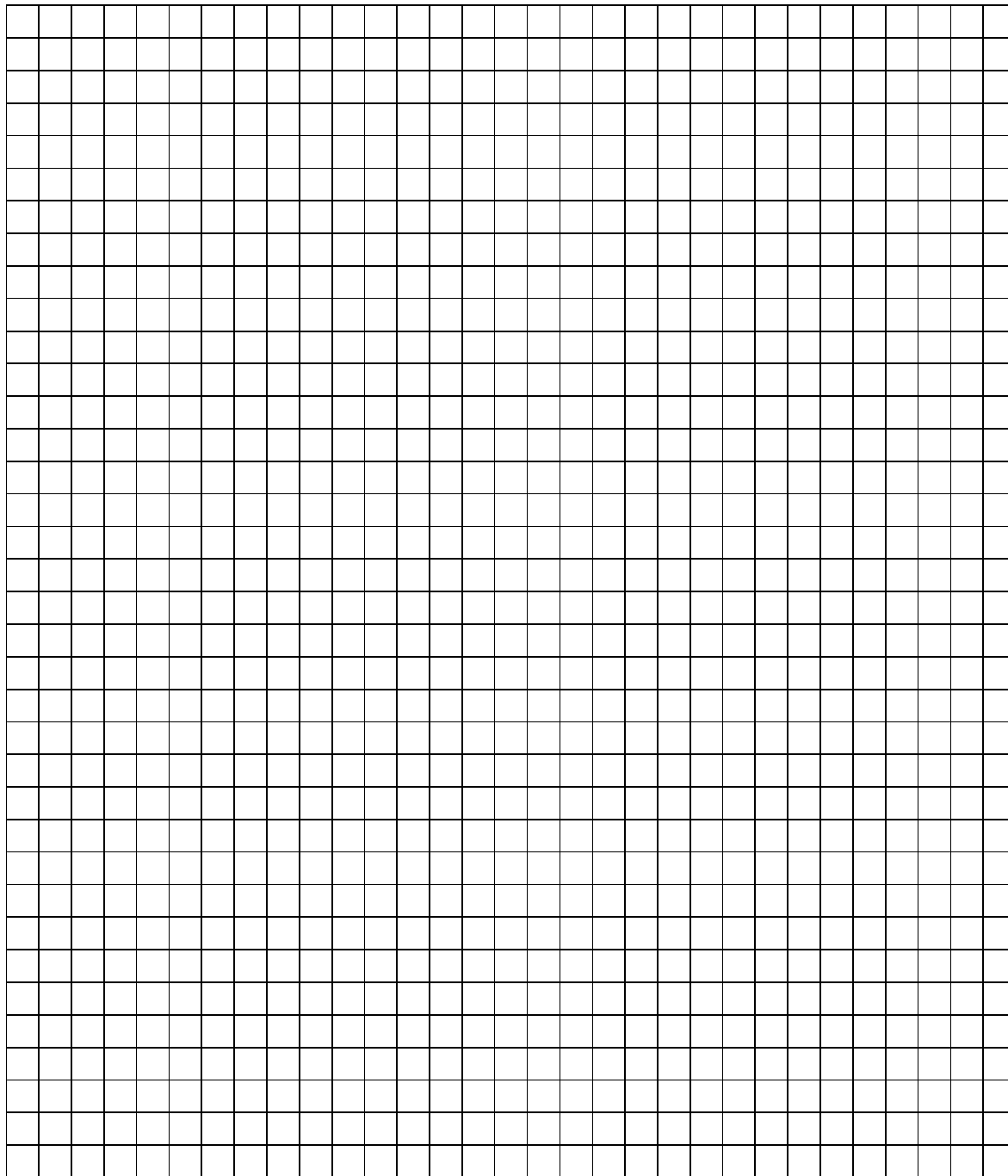
Afficher les zéros dans le `shell` de `Idle`.

Problème 2 (8 points)

On considère la fonction donnée par

$$f(x) = x^7 + 2x - 1$$

- a) Démontrer que f n'a qu'un seul zéro réel noté α .



- b) Répondre à cette question dans le fichier `probleme_2.py` qui se trouve dans le dossier TE818B.

Par la méthode de la bisection, calculer une approximation de la valeur de α . On demande 8 chiffres exacts au minimum.

Afficher dans le shell de `Idle` l'intervalle de départ choisi, α et $f(\alpha)$.

Problème 3 (5 points)

Répondre à cette question dans le fichier `probleme_3.py` qui se trouve dans le dossier TE818B.

On cherche à résoudre l'équation

$$e^x - 3x^2 = 0$$

qui possède les deux racines $r_1 = -0.4589623$ et $r_2 = 0.91$ ainsi qu'une troisième racine r_3 située près de 4.

Utiliser la méthode de la sécante pour déterminer la troisième racine r_3 avec 4 chiffres significatifs.

Afficher r_3 et $f(r_3)$ dans le shell de `Idle`.

Problème 4 (8 points)

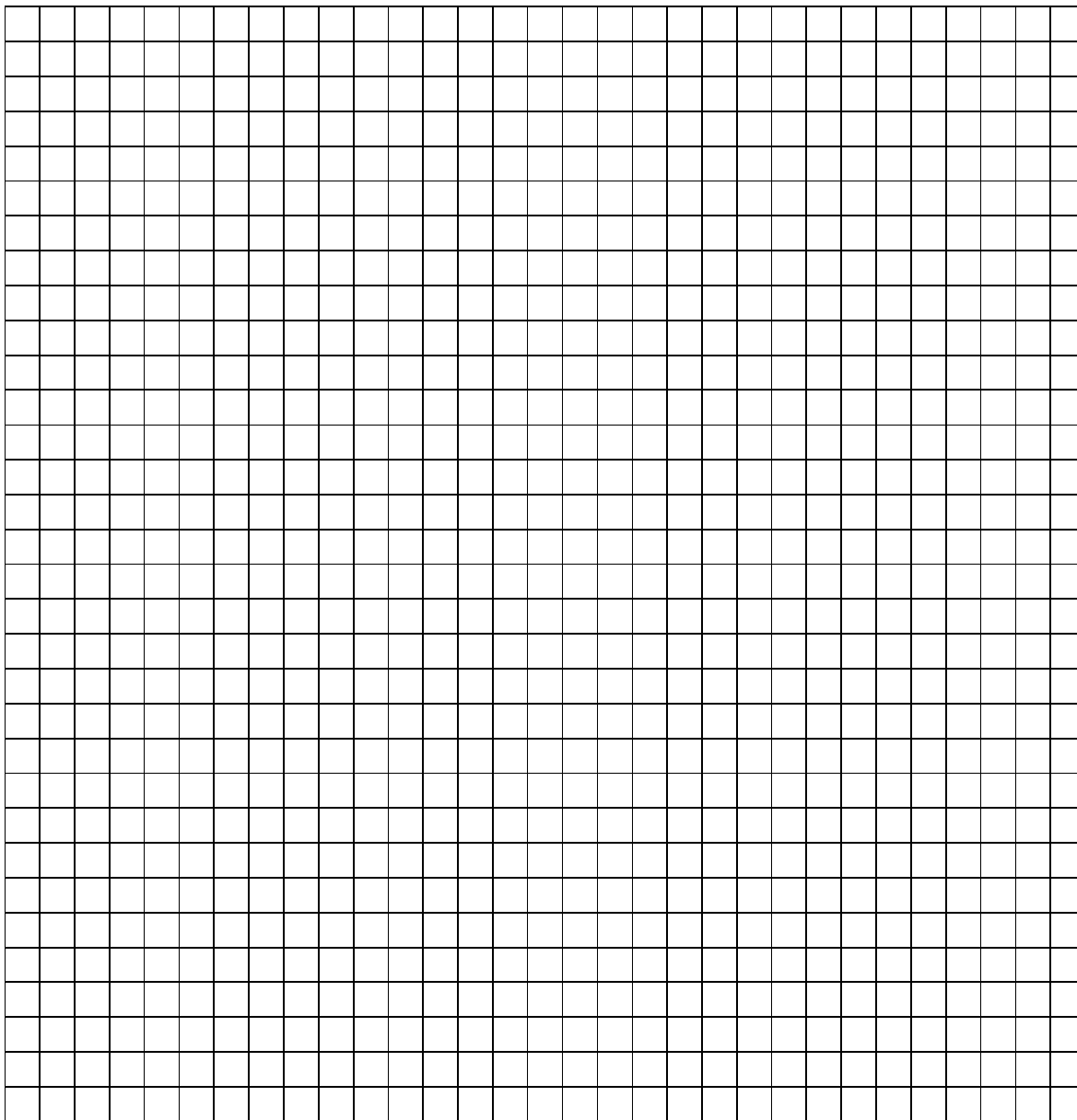
Répondre à cette question dans le fichier `probleme_4.py` qui se trouve dans le dossier TE818B.

Soit la fonction f définie par $f(x) = -5x^3 + 7x^2 + 3x - 3$.

- a) Calculer les 10 premiers termes de la suite de Newton si l'on choisit $x_0 = 1$ comme valeur de départ.

Afficher ces valeurs dans le `shell` de `Idle`.

Que peut-on conclure ?



- b) Modifier la valeur de départ, notée p , pour obtenir le zéro de f avec une erreur absolue inférieure à 10^{-6} .

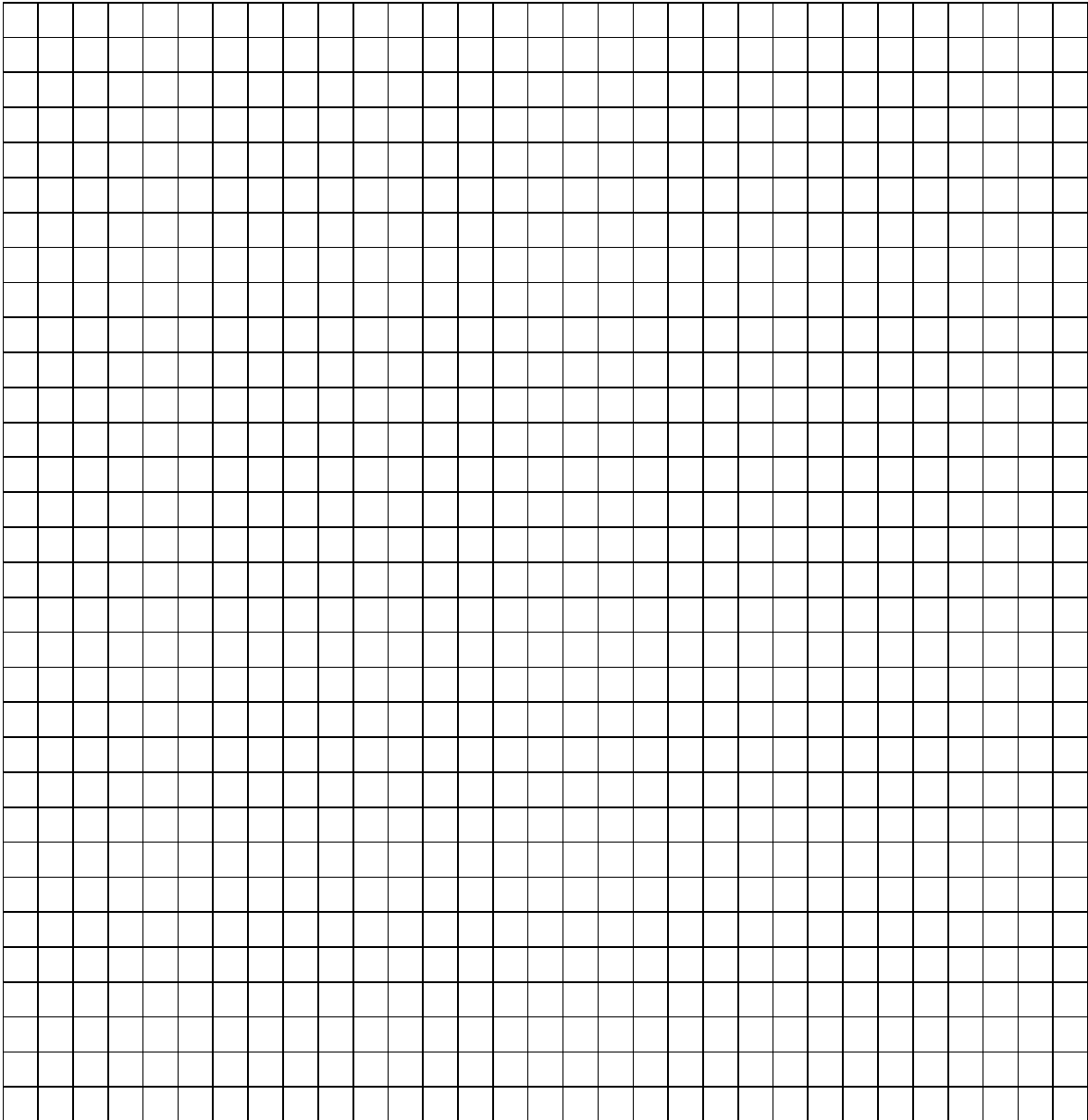
Afficher les valeurs p , k et $f(k)$ dans le `shell` de `Idle`.

Problème 5 (8 points)

Soit la fonction

$$h(x) = 144x^3 - 342x^2 - 25x + 300$$

- a) Montrer que la fonction h admet trois zéros distincts.



- b) Répondre à cette question dans le fichier `probleme_5.py` qui se trouve dans le dossier TE818B.

Déterminer, en utilisant la méthode de la sécante, le zéro négatif r de h avec 6 chiffres significatifs. Afficher r et $f(r)$ dans le shell de Idle.