

Cours de Statistiques : Concepts de Base

Moyenne, Mode, Médiane, Écart-type, Coefficient de Variation, Dispersion

22 mai 2025

Sommaire

- 1 Moyenne
- 2 Mode
- 3 Médiane
- 4 Écart-type
- 5 Coefficient de Variation
- 6 Dispersion

Moyenne

- La **moyenne** (ou moyenne arithmétique) est une mesure de tendance centrale.
- Elle représente la somme des valeurs divisée par le nombre d'observations.

Formule

Pour un ensemble de n valeurs $x_1, x_2, \dots, x_n$, la moyenne $\bar{x}$ est donnée par :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Exemple

Pour les données $\{3, 5, 7, 9\}$, la moyenne est :

$$\bar{x} = \frac{3 + 5 + 7 + 9}{4} = 6$$

Mode

- Le **mode** est la valeur qui apparaît le plus fréquemment dans un ensemble de données.
- Un ensemble peut avoir aucun mode, un mode (unimodal) ou plusieurs modes (bimodal, multimodal).

Exemple

Pour les données $\{1, 2, 2, 3, 4\}$, le mode est 2.

Note

Le mode est particulièrement utile pour les données catégoriques ou discrètes.

Médiane

- La **médiane** est la valeur qui sépare un ensemble de données ordonné en deux parties égales.
- Si n est impair, c'est la valeur centrale. Si n est pair, c'est la moyenne des deux valeurs centrales.

Formule

Pour n données ordonnées $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$:

$$\text{Médiane} = \begin{cases} x_{\frac{n+1}{2}} & \text{si } n \text{ est impair} \\ \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2} & \text{si } n \text{ est pair} \end{cases}$$

Exemple

Pour $\{1, 3, 5, 7, 9\}$, la médiane est 5.

Pour $\{1, 3, 5, 7\}$, la médiane est $\frac{3+5}{2} = 4$.

Écart-type

- L'**écart-type** mesure la dispersion des données par rapport à la moyenne.
- Il indique à quel point les valeurs s'écartent de la moyenne en moyenne.

Formule

Pour un échantillon de n valeurs, l'écart-type s est :

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Exemple

Pour $\{2, 4, 6\}$, avec $\bar{x} = 4$:

$$s = \sqrt{\frac{(2-4)^2 + (4-4)^2 + (6-4)^2}{2}} = \sqrt{\frac{4+0+4}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

Coefficient de Variation

- Le **coefficient de variation** (CV) mesure la dispersion relative par rapport à la moyenne.
- Il est exprimé en pourcentage, utile pour comparer la variabilité entre ensembles de données.

Formule

$$CV = \left(\frac{s}{\bar{x}} \right) \times 100\%$$

où s est l'écart-type et $\bar{x}$ est la moyenne.

Exemple

Pour un ensemble avec $\bar{x} = 50$, $s = 5$:

$$CV = \left(\frac{5}{50} \right) \times 100 = 10\%$$

Dispersion

- La **dispersion** décrit l'étendue ou la variabilité des données dans un ensemble.
- Mesures courantes : variance, écart-type, étendue (max - min).

Variance

La variance s^2 est la moyenne des carrés des écarts à la moyenne :

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Étendue

$$\text{Étendue} = \max(x_i) - \min(x_i)$$

Exemple

Pour $\{1, 3, 5, 7\}$, l'étendue est $7 - 1 = 6$.

Conclusion

- La **moyenne**, le **mode** et la **médiane** sont des mesures de tendance centrale.
- L'**écart-type**, le **coefficient de variation** et la **dispersion** mesurent la variabilité des données.
- Ces outils sont essentiels pour analyser et interpréter des ensembles de données.