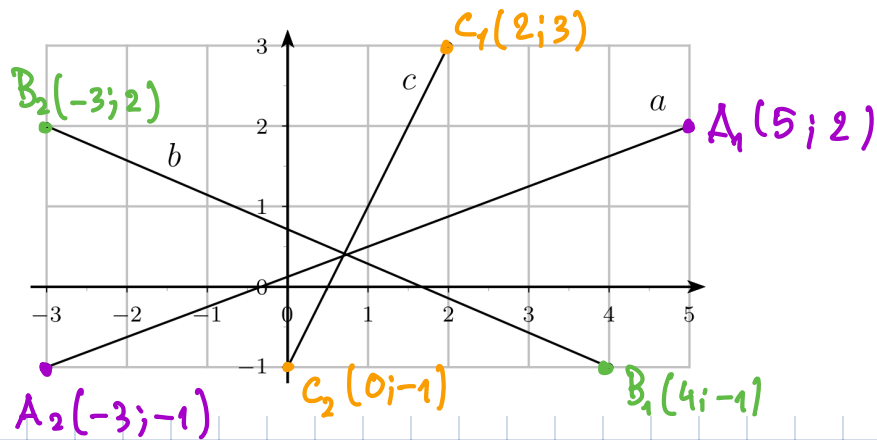


3.4.6 Les trois droites a , b et c se coupent-elles en un point ou forment-elles un triangle?



On calcule les expressions fonctionnelles des ces trois droites. On les écrit, par exemple, $g(x) = mx + k$

1) Droite a : $A_1(5; 2)$: $\begin{cases} 2 = 5m + k \end{cases} \cdot 1$
 $A_2(-3; -1)$: $\begin{cases} -1 = -3m + k \end{cases} \cdot (-1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2m \\ k = 3m - 1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ k = \frac{9}{2} - 1 = \frac{7}{2} \end{cases}$

$$g(x) = \frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$$

2) Droite b : $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2 - (-1)}{-3 - 4} = \frac{3}{-7} = -\frac{3}{7}$

$b(x) = -\frac{3}{7}x + k$. Par B_1 : $-\frac{3}{7} \cdot 4 + k = -1$
 $k = -1 + \frac{12}{7} = \frac{5}{7}$

$$b(x) = -\frac{3}{7}x + \frac{5}{7}$$

3) Droite C :

On a immédiatement :

$$C(x) = 2x - 1$$

Pour déterminer si ces trois droites ont un point commun, on calcule les coordonnées du point d'intersection des droites a et c , puis on vérifie si ce point est sur la droite b . Soit I ce point.

$$\begin{array}{l} a : \\ c : \end{array} \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{3}{8}x + \frac{1}{8} \\ y = 2x - 1 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 2x - 1 = \frac{3}{8}x + \frac{1}{8}$$

$$2x - \frac{3}{8}x = \frac{1}{8} + 1 \quad | \cdot 8$$

$$16x - 3x = 1 + 8$$

$$13x = 9$$

$$x = \frac{9}{13}$$

$$\text{Dans } c : C\left(\frac{9}{13}\right) = 2 \cdot \frac{9}{13} - 1 = \frac{5}{13}$$

$$I\left(\frac{9}{13}; \frac{5}{13}\right)$$

Finalement I est sur b si $b\left(\frac{9}{13}\right) = \frac{5}{13}$.

$$b\left(\frac{9}{13}\right) = -\frac{3}{7} \cdot \frac{9}{13} + \frac{5}{7} = \frac{-27}{91} + \frac{65}{91} = \frac{38}{91} \neq \frac{35}{91} = \frac{5}{13}$$

Ainsi, ces 3 droites forment un triangle.

