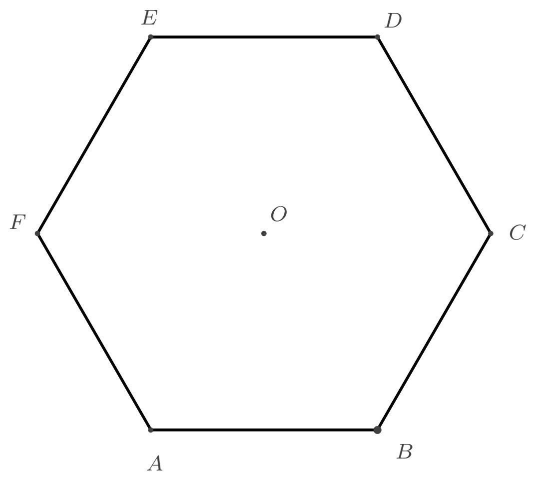
Géométrie vectorielle – Série 2

Exercice 1

Soit $ABCDEF$ un hexagone régulier de centre O. Donner les composantes des vecteurs

$$\overrightarrow{BA}, \quad \overrightarrow{AE}, \quad \overrightarrow{EC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{OD}$$



a) dans la base $\mathfrak{B}_1 = \left(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}\right)$

b) dans la base $\mathfrak{B}_2 = \left(\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{ED}\right)$

Exercice 2

Relativement à une base $\mathcal{B}$ de V_2, on donne les vecteurs

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1.5 \\ -4.5 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

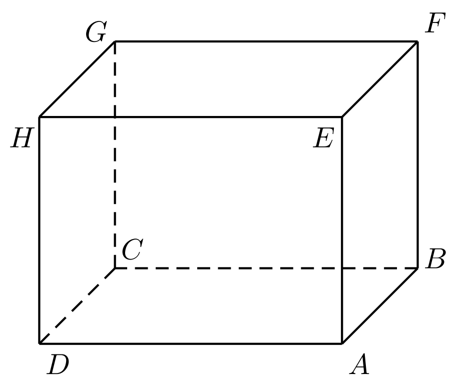
Calculer les composantes du vecteur $\vec{u} = 4 \cdot \vec{a} - 3 \cdot \vec{c} + \frac{2}{3} \cdot \vec{b}$.

Exercice 3

On considère le parallélépipède $ABCD\ EFGH$ représenté sur la figure. Déterminer si les trois vecteurs

$$\overrightarrow{GE}, \quad \overrightarrow{DB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CD}$$

sont coplanaires. Si tel est le cas, exprimer le premier vecteur comme combinaison linéaire des deux autres. Dans le cas contraire, justifier brièvement.



Exercice 4

Soit le point du plan $A(-4\,;\,10)$.

Calculer les coordonnées du point M sachant que $\overrightarrow{MA} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$.

Exercice 5

Dans une base $\mathcal{B}$ de V_3, on donne les vecteurs

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

a) Exprimer $\vec{u} = \vec{a} - 2 \cdot \vec{b} + 3 \cdot \vec{c}$ dans la base $\mathcal{B}$.

b) Montrer que $\mathcal{B}_1 = \left(\vec{a}\,, \vec{b}\,, \vec{c}\right)$ est une base de V_3.

c) Exprimer $\vec{b}$ dans la base $\mathcal{B}_1$.

d) Exprimer $\vec{u} = \vec{a} - 2 \cdot \vec{b} + 3 \cdot \vec{c}$ dans la base $\mathcal{B}_1$.

e) Exprimer $\vec{v}$ dans la base $\mathcal{B}_1$

Solutions

Exercice 1

Exercice 2

Exercice 3