Corrigé de l'exercice 1

Résoudre l'équation :

$$\frac{-2x-1}{4}-\frac{-9x+6}{3}=\frac{7x+1}{2}$$

$$\frac{(-2x-1)_{\cdot 3}}{4_{\cdot 3}}-\frac{(-9x+6)_{\cdot 4}}{3_{\cdot 4}}=\frac{(7x+1)_{\cdot 6}}{2_{\cdot 6}}$$

$$\frac{-6x-3-(-36x+24)}{\cancel{12}}=\frac{42x+6}{\cancel{12}}$$

$$-6x-336x-24=42x+6$$

$$30x-27=42x+6$$

$$30x-42x=6+27$$

$$-12x=33$$

$$x=\frac{-33}{12}=\frac{-11}{4}$$

$$\boxed{\text{La solution de cette équation est } \frac{-11}{4}.}$$

Corrigé de l'exercice 2

Résoudre le système d'équations suivant : $\begin{cases} -9x - 5y = 91 & (\cdot 9) \\ 7x + 9y = -81 & (\cdot 5) \end{cases}$

$\begin{cases} -81x - 45y = 819 \\ 35x + 45y = -405 \end{cases}$ On ajoute les deux lignes

$$-81x\cancel{-45y}+35x\cancel{+45y}=819-405$$

$$-46x=414$$

$$\boxed{x=\frac{414}{-46}=-9}$$

$-9x-5y=91$ et $x=-9$ donc :

$$-9\cdot(-9)-5y=91$$

$$-5y=91-81$$

$$\boxed{y=\frac{10}{-5}=-2}$$

La solution de ce système d'équations est $(x;\ y)=(-9;\ -2)$.

Vérification : $\begin{cases} -9\cdot(-9)-5\cdot(-2)=81+10=91 \\ 7\cdot(-9)+9\cdot(-2)=-63-18=-81 \end{cases}$

Corrigé de l'exercice 3

Déterminer les racines des polynômes :

$P(x)=-x^2-4x+4$ On calcule le discriminant de $P(x)$ avec $a=-1$, $b=-4$ et $c=4$:

$$\Delta=(-4)^2-4\cdot(-1)\cdot 4$$
$$\Delta=16-(-16)$$
$$\Delta=32$$

$$x_1=\frac{4-\sqrt{32}}{2\cdot(-1)}$$
$$x_1=\frac{4-\sqrt{16}\cdot\sqrt{2}}{-2}$$
$$x_1=\frac{\left(-2+2\sqrt{2}\right)\cdot\cancel{(-2)}}{1\cdot\cancel{(-2)}}$$
$$x_1=-2+2\sqrt{2}$$

$$x_2=\frac{4+\sqrt{32}}{2\cdot(-1)}$$
$$x_2=\frac{4+\sqrt{16}\cdot\sqrt{2}}{-2}$$
$$x_2=\frac{\left(-2-2\sqrt{2}\right)\cdot\cancel{(-2)}}{1\cdot\cancel{(-2)}}$$
$$x_2=-2-2\sqrt{2}$$

Les racines de $P\,(x)$ sont $\boxed{-2+2\sqrt{2}}$ et $\boxed{-2-2\sqrt{2}}$

$$\begin{aligned} Q\,(x) &= x^2-8\,x+16\\ &= x^2-2\cdot x\cdot 4+4^2\\ &= (x-4)^2 \end{aligned}$$

L'unique racine de $Q\,(x)$ est $\boxed{4}$

$$\begin{aligned} R\,(x) &= -2\,x^2+4\\ &= \sqrt{4}^2-\left(\sqrt{2}\,x\right)^2\\ &= \left(\sqrt{4}+\sqrt{2}\,x\right)\cdot\left(\sqrt{4}-\sqrt{2}\,x\right)\\ &= \left(\sqrt{2}\,x+2\right)\cdot\left(2-\sqrt{2}\,x\right)\\ &= \left(\sqrt{2}\,x+2\right)\cdot\left(-\sqrt{2}\,x+2\right) \end{aligned}$$

Les racines de $R\,(x)$ sont $\boxed{\dfrac{-2}{\sqrt{2}}}$ et $\boxed{\dfrac{2}{\sqrt{2}}}$

Corrigé de l'exercice 4

Résoudre les équations suivantes :

►1. $y^2-2y-63=0$

Je calcule $\Delta=(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-63)=256$ et $\sqrt{256}=16$.

Comme $\Delta>0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-2)-\sqrt{256}}{2\cdot 1} &= \frac{2-\sqrt{256}}{2}\\ &= \frac{2-16}{2}\\ &= \frac{-14}{2}\\ &= -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-2)+\sqrt{256}}{2\cdot 1} &= \frac{2+\sqrt{256}}{2}\\ &= \frac{2+16}{2}\\ &= \frac{18}{2}\\ &= 9 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1=-7$ et $y_2=9$.

►2. $y^2+13y+42=0$

Je calcule $\Delta=13^2-4\cdot 1\cdot 42=1$.

Comme $\Delta>0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-13-\sqrt{1}}{2\cdot 1} &= \frac{-13-\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{-13-1}{2}\\ &= \frac{-14}{2}\\ &= -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-13+\sqrt{1}}{2\cdot 1} &= \frac{-13+\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{-13+1}{2}\\ &= \frac{-12}{2}\\ &= -6 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1=-7$ et $y_2=-6$.

►3. $t^2+6t-7=0$

Je calcule $\Delta=6^2-4\cdot 1\cdot(-7)=64$ et $\sqrt{64}=8$.

Comme $\Delta>0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-6-\sqrt{64}}{2\cdot 1} &= \frac{-6-\sqrt{64}}{2}\\ &= \frac{-6-8}{2}\\ &= \frac{-14}{2}\\ &= -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-6+\sqrt{64}}{2\cdot 1} &= \frac{-6+\sqrt{64}}{2}\\ &= \frac{-6+8}{2}\\ &= \frac{2}{2}\\ &= 1 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1=-7$ et $t_2=1$.