

Algèbre I – TE 817A

Problème	1	2	3	4	5	6	7	Total
Points	0	0	0	0	0	0	0	0
Points obtenus								

Formules

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Problème 1 (6 points)

Effectuer et réduire les expressions suivantes.

$$A = 8x - 12x$$

$$B = 9x^3 \cdot 2x^4$$

$$C = 6x + 1 + (-5x + 9) \cdot (6x - 5)$$

$$D = (-5x - 3) \cdot (2x - 8) + x^2$$

$$\underline{A = -4x}$$

1

$$\underline{B = 18x^7}$$

1

$$\underline{C = 6x + 1 + (-30x^2 + 25x + 54x - 45)}$$

$$= \underline{-30x^2 + 85x - 44}$$

2

$$\underline{D = -10x^2 + 40x - 6x + 24 + x^2}$$

$$= \underline{-9x^2 + 34x + 24}$$

2

Problème 2 (7 points)

Effectuer et réduire les expressions suivantes.

a) $4(2a^2b - 5ab + b^2) - 5(4a^2b + 4ab - 6b^2)$

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 8a^2b - 20ab + 4b^2 - 20a^2b - 20ab + 30b^2 \\ & = \underline{-12a^2b - 40ab + 34b^2} \end{aligned} \quad 2$$

b) $a^3b^2(a^2 + 2ab - b^2) - 2a^4b^3$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & a^5b^2 + 2a^4b^3 - a^3b^4 - 2a^4b^3 \\ & = \underline{a^5b^2 - a^3b^4} \end{aligned} \quad 2$$

c) $\frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{3} - \frac{x}{4} \right) - \frac{1}{3} \left(\frac{x}{4} - \frac{x^2}{2} \right)$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & \frac{x^2}{6} - \frac{x}{8} - \frac{x}{12} + \frac{x^2}{6} = \frac{2x^2}{6} - \frac{3x}{24} - \frac{2x}{24} \\ & = \underline{\frac{x^2}{3} - \frac{5x}{24}} \end{aligned} \quad 3$$

Problème 3 (5 points)

Effectuer et réduire les expressions suivantes.

$$A = (x^2 + y^3)^2$$

$$B = (4a - 3b)^2$$

$$C = (6m^3 - 5n)(6m^3 + 5n)$$

$$D = (2x^4 - 1)^3$$

$$a) \quad \underline{x^4 + 2x^2y^3 + y^6}$$

1

$$b) \quad \underline{16a^2 - 24ab + 9b^2}$$

1

$$c) \quad \underline{36m^6 - 25n^2}$$

1

$$d) \quad (2x^4)^3 - 3(2x^4)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 2x^4 \cdot 1^2 - 1$$

$$= \underline{8x^{12} - 12x^8 + 6x^4 - 1}$$

2

Problème 4 (3 points)

Effectuer et réduire l'expression suivante.

$$A = (5a^3 - 2a^2 + a)(2a^2 - 3a + 2)$$

	$5a^3$	$-2a^2$	a
$2a^2$	$10a^5$	$-4a^4$	$2a^3$
$-3a$	$-15a^4$	$6a^3$	$-3a^2$
2	$10a^3$	$-4a^2$	$2a$

$$\underline{A = 10a^5 - 19a^4 + 18a^3 - 7a^2 + 2a}$$

Problème 5 (5 points)

Soit les polynômes

$$p(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 6x + 4 \quad \text{et} \quad q(x) = -2x^3 + 3x^2 - 4x + 8$$

- Déterminer le degré du polynôme $p(x) \cdot q(x)$.
- Déterminer le coefficient du polynôme $p(x) \cdot q(x)$ de degré 3.
- Déterminer le degré du polynôme $(p(x) - q(x))^{11}$

a) $\text{degré}(p \cdot q) = 4 + 3 = \underline{7}$

1

b) Le terme de degré 3:

$$(-4) \cdot 8 + 3 \cdot (-4) + (-6) \cdot 3 + 4 \cdot (-2)$$

$$= -32 - 12 - 18 - 8 = \underline{-70}$$

2

c) $\text{degré}(p - q) = 4 \Rightarrow \text{degré}(p - q)^{11} = \underline{44}$

2

Problème 6 (9 points)

Factoriser complètement les expressions suivantes.

a) $9a^2(5a - b) - 16(5a - b)$

$$(5a - b)(9a^2 - 16) = \underline{(5a - b)(3a - 4)(3a + 4)} \quad 2$$

b) $2x^6y^3 - 6x^5y^4 + 6x^4y^5 - 2x^3y^6$

$$2x^3y^3(x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3) = \underline{2x^3y^3(x - y)^3} \quad 2$$

c) $y^4 - 2y^3 + 2y - 1$

3

$$\begin{aligned} & y^4 - 1 - 2y(y^2 - 1) \\ &= (y^2 - 1)(y^2 + 1) - 2y(y^2 - 1) \\ &= (y^2 - 1)(y^2 + 1 - 2y) \\ &= (y - 1)(y + 1)(y - 1)^2 = \underline{(y + 1)(y - 1)^3} \end{aligned}$$

d) $125 + 216y^3$

2

$$= 5^3 + (6y)^3 = \underline{(5 + 6y)(25 - 30y + 36y^2)}$$

Problème 7 (5 points)

Factoriser complètement les expressions suivantes.

$$A = y^2 + 7y + 12$$

$$C = x^2 - x - 132$$

$$B = z^2 + 2z - 15$$

$$D = 8x^2 - 72x + 64$$

$$A = \underline{(y+3)(y+4)}$$

1

$$B = \underline{(z+5)(z-3)}$$

1

$$C = \underline{(x-12)(x+11)}$$

1

$$D = 8(x^2 - 9x + 8) = \underline{8(x-1)(x-8)}$$

2