02.10.24

1.2.14 Exprimer le vecteur $\vec{v}$ comme combinaison linéaire de $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ si :

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ 6 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -16 \\ 10 \\ 7 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 52 \end{pmatrix}$

$$x \cdot \vec{a} + y \cdot \vec{b} + z \cdot \vec{c} = \vec{v}$$

$$\begin{pmatrix} 3x \\ 5x \\ 2x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4y \\ -8y \\ 6y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -16z \\ 10z \\ 7z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 52 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y - 16z = 0 \\ 5x - 8y + 10z = 0 \\ 2x + 6y + 7z = 52 \end{cases} \quad \begin{array}{c|c} ① \; y & y \; ② \\ \cdot 2 & \cdot(-3) \\ \cdot 1 & \\ & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6x + 8y - 32z = 0 \\ 5x - 8y + 10z = 0 \\ \hline 11x \quad\quad - 22z = 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -9x - 12y + 48z = 0 \\ 4x + 12y + 14z = 104 \\ \hline -5x \quad\quad + 62z = 104 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 11x - 22z = 0 \\ -5x + 62z = 104 \\ 3x + 4y - 16z = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{|l} \div 11 \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2z = 0 \\ -5x + 62z = 104 \\ 3x + 4y - 16z = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{|l} x \\ \cdot 5 \\ \cdot 1 \\ \\ \end{array}$$

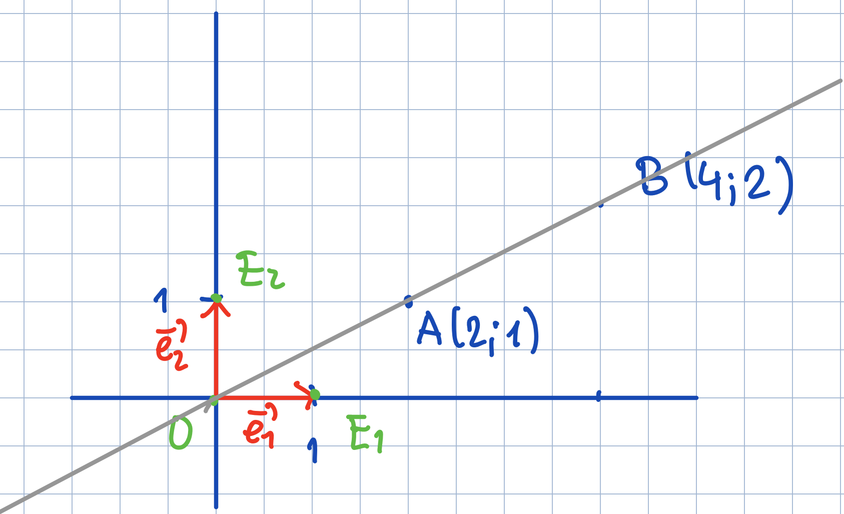
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 52z = 104 \\ -5x + 62z = 104 \\ 3x + 4y - 16z = 0 \end{cases} \quad \Bigg| \div 52$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ -5x = 104 - 62z \\ 3x + 4y = 16z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ -5x = -20 \\ 3x + 4y = 32 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ x = 4 \\ 4y = 32 - 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \\ z = 2 \end{cases} \qquad S = \{(4;5;2)\}$$

$$4\vec{a} + 5\vec{b} + 2\vec{c} = \vec{v}$$

Vecteurs colinéaires



Repère : $\mathcal{R} = (O ; E_1 ; E_2)$

Base : $\mathcal{B} = (\vec{e_1}, \vec{e_2})$

Les points O, A et B sont alignés.

Les vecteurs $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{BO}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont colinéaires. On note $\overrightarrow{OA} \parallel \overrightarrow{OB}$

$$\boxed{O, A \text{ et } B \text{ alignés} \iff \overrightarrow{OA} \parallel \overrightarrow{OB}}$$

1.3.1 Relativement à une base $\mathfrak{B}$ de V_2, on considère les vecteurs :

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}, \vec{e} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\vec{f} = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}, \vec{g} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3/2 \end{pmatrix}, \vec{h} = \begin{pmatrix} 1/9 \\ 1/3 \end{pmatrix}, \vec{i} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2/3 \end{pmatrix}.$$

Regrouper les vecteurs qui sont colinéaires.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad \vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$2 \cdot \vec{a} = \vec{d} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} = 0.5 \cdot \vec{d}$$

$$\boxed{\vec{a} \sim \vec{d} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} = k \cdot \vec{d}}$$

$\vec{e} = \vec{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ est colinéaire avec tous les vecteurs

1.3.2 Déterminer m pour que les vecteurs suivants soient colinéaires :

a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} -2 \\ m+4 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} m \\ m+4 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 3 \\ m-1 \end{pmatrix}$