Equation et factorisation

Une équation polynomiale est du type

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$$

$a_n, a_{n-1}, \dots, a_0$ sont des nombres réels, avec $a_n \neq 0$

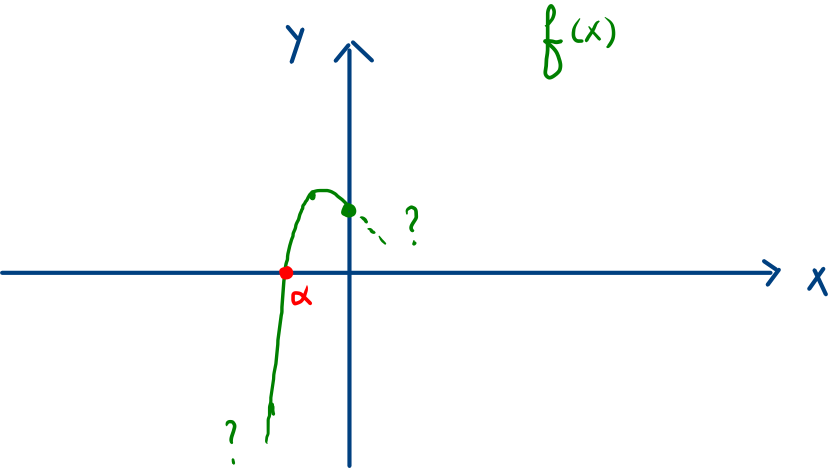
Ex : $6x^3 - 7x + 8 = 0$

$a_3 = 6,\ a_2 = 0,\ a_1 = -7,\ a_0 = 8$

On dit que n est le degré de l'équation.

$$\boxed{\text{Toute équation de degré impair admet au moins une solution.}}$$

Partons de $\underbrace{6x^3 - 7x + 8}_{f(x)} = 0$. Représentons $f(x)$ graphiquement



$f(x) = 6x^3 - 7x + 8$

$f(0) = 8$

$f(-1) = 9$

$f(-2) = -48 + 14 + 8 = -26$

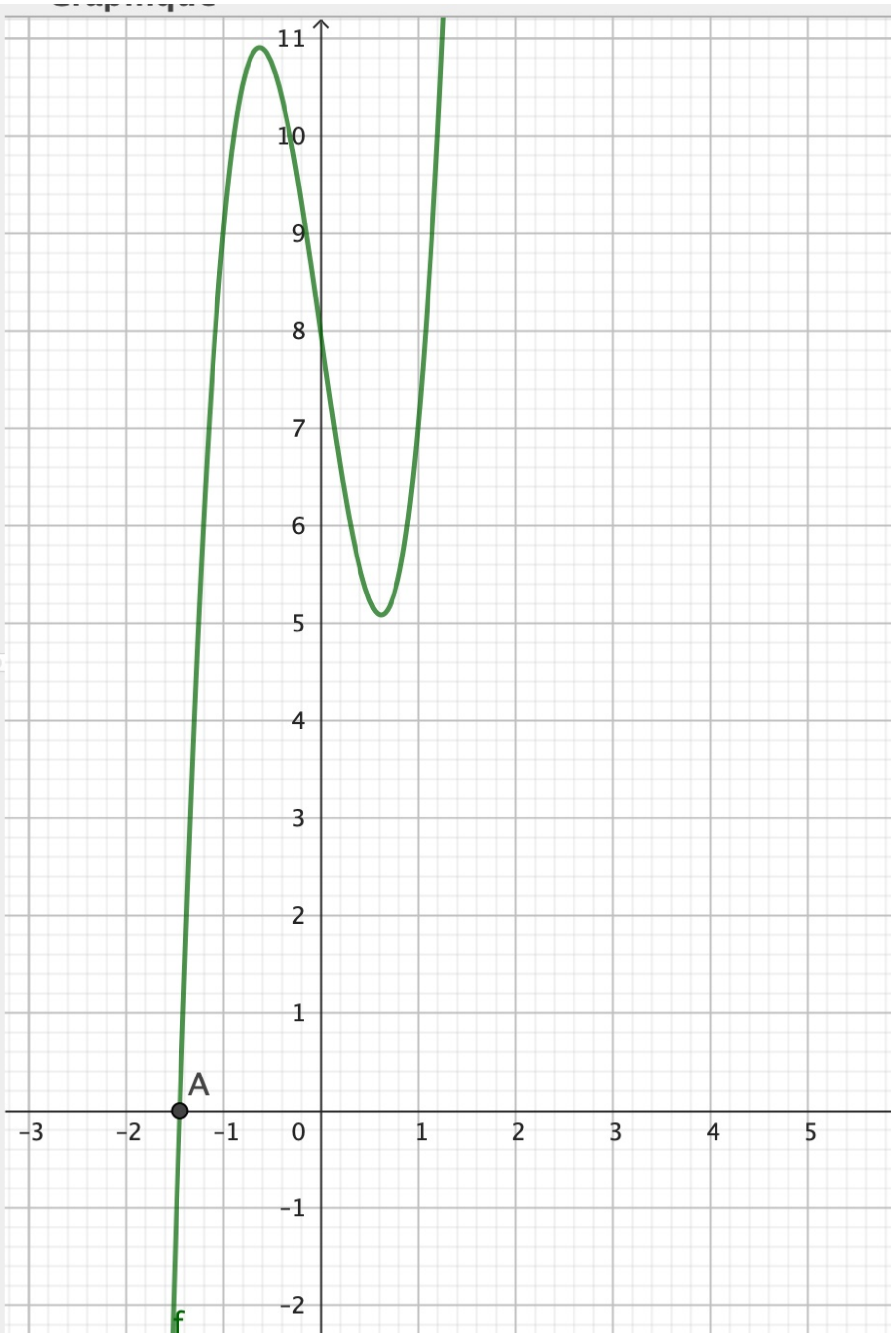
$f(\alpha) = 0 \qquad -2 < \alpha < -1$

Si le degré est pair, on ne peut rien dire sur les solutions de l'équation.

$$\boxed{\text{Une équation de degré } n \text{ admet au plus } n \text{ solutions}}$$

$f(x) = 6x^3 - 7x + 8$

$A = (-1.4453864501, 0)$



Théorème fondamental de l'algèbre

Les polynômes irréductibles, c'est-à-dire pas factorisables, sont du type:

① $ax + b$

② $ax^2 + bx + c$, avec $b^2 - 4ac < 0$

Exemple

① $80 = 2^4 \cdot 5$, 2 et 5 sont des nombres premiers

② $x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1)$

③ $x^4 - 1 = (x-1)(x+1)(x^2+1)$

④ $x^4 + 1 = x^4 + 2x^2 + 1 - 2x^2 = (x^2+1)^2 - (\sqrt{2}x)^2$

$$= (x^2 + 1 + \sqrt{2}x)(x^2 + 1 - \sqrt{2}x) = (\underbrace{x^2 + \sqrt{2}x + 1}_{\Delta < 0})(\underbrace{x^2 - \sqrt{2}x + 1}_{\Delta < 0})$$

2.5.1

m) $(2x+1)^2-(x-1)(x+11)=(3x-2)^2-(3x-4)^2$

$$\left(4x^2+4x+1\right)-\left(x^2-x+11x-11\right)=\left(9x^2-12x+4\right)-\left(9x^2-24x+16\right)$$

$$4x^2+4x+1-x^2-10x+11=9x^2-12x+4-9x^2+24x-16$$

$$3x^2-6x+12=12x-12$$

$$3x^2-18x+24=0$$

$$x^2-6x+8=0$$

$$(x-4)(x-2)=0$$

$$S=\{2;4\}$$

CL

$-12x+12$

$\div 3$