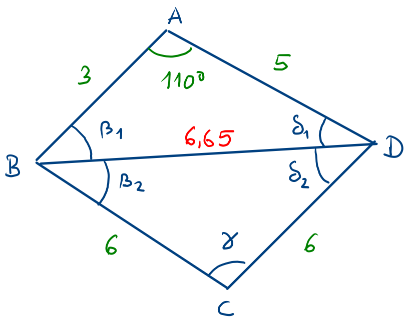
4.4.8 D'un quadrilatère convexe $ABCD$, on donne l'angle en A : 110°, ainsi que les longueurs des quatres côtés : $AB = 3$, $BC = 6$, $CD = 6$ et $DA = 5$. Calculer l'aire et les angles du quadrilatère.



1) Calculons BD

$$BD^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cos 110°$$

$$BD \cong 6,65$$

2) Calculons γ

Théorème du cosinus dans le ΔBCD :

$$6,65^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos(\gamma)$$

$$\cos(\gamma) = 0,385269 \qquad \Rightarrow \gamma \cong 67,34°$$

3) Calculons $\beta_2 = \delta_2$ (ΔBCD isocèle en C)

$$\beta_2 = \delta_2 = \frac{180° - 67,34°}{2} = 56,33°$$

4) Calculons β_1 avec le théorème du sinus

$$\Delta ABD : \quad \frac{6,65}{\sin(110°)} = \frac{5}{\sin(\beta_1)}$$

$$\sin(\beta_1) = \frac{5 \cdot \sin(110°)}{6,65}$$

$$\sin(\beta_1) = 0,706232 \quad \overset{TI}{\Rightarrow} \quad \beta_1 = 44,9°$$

$\beta_1 = 44,9°$ ou $\beta_1' = 135,1°$ à exclure (la somme des angle serait plus grande que 180°).

5) Calculons δ_1

$$\delta_1 = 180° - 110° - 44,9° = 25,1°$$

6) Aire du quadrilatère

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{\Delta ABD} + \mathcal{A}_{\Delta BCD} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 \cdot \sin(110°) + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sin(67,34°)$$

$$\mathcal{A} = 23,7$$

Solutions :

$B = \beta_1 + \beta_2 \cong 101,2°$

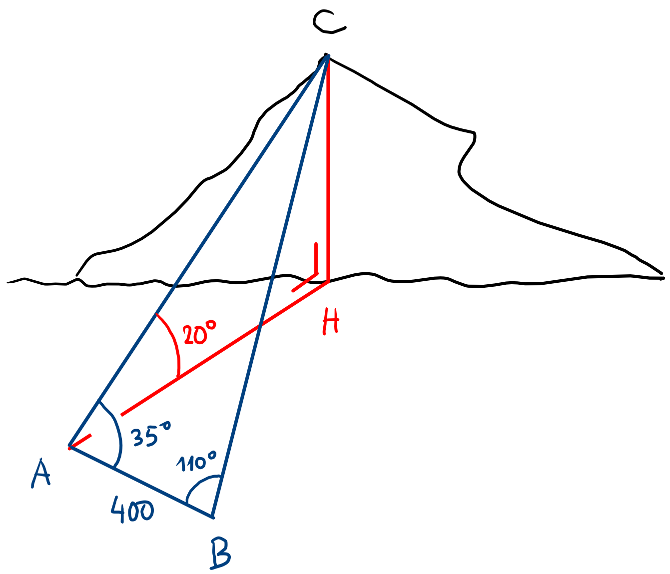
$\gamma = 67,3°$

$\delta = \delta_1 + \delta_2 \cong 81,4°$

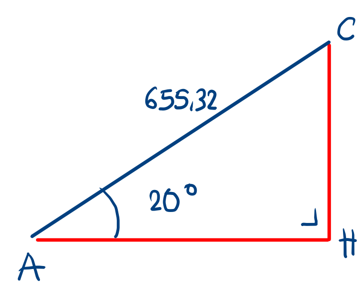
4.4.10 Pour déterminer l'altitude du sommet C d'une montagne, on choisit deux points

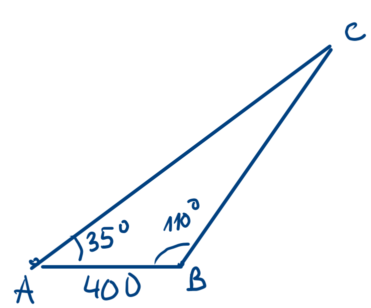
A et B distants de d mètres. On mesure les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}$ ainsi que l'angle d'élévation θ sous lequel on voit C depuis A. Quelle est l'altitude de C si celle de A vaut h ?

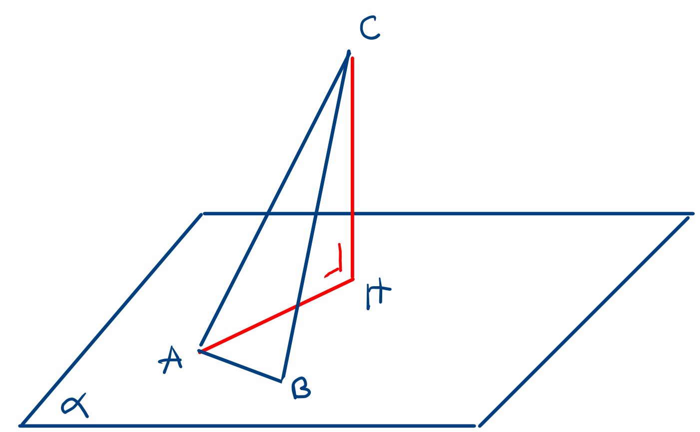
Application numérique : $d = 400$ m, $h = 1'000$ m, $\widehat{BAC} = 35°$, $\widehat{ABC} = 110°$ et $\theta = 20°$.



Il faut calculer CH.







1) <u>Calculons AC</u>

Théorème du sinus dans le ΔCAB : $\dfrac{400}{\underbrace{\sin(35°)}_{\widehat{ACB} = 180° - 110° - 35°}} = \dfrac{AC}{\sin(110°)} \Rightarrow AC = \dfrac{400 \cdot \sin(110°)}{\sin(35°)} \cong 655,32$ [m]

2) <u>Calculons CH</u>

$\sin(20°) = \dfrac{CH}{AC} \Rightarrow CH = \sin(20°) \cdot 655,32 \cong 224$ [m]

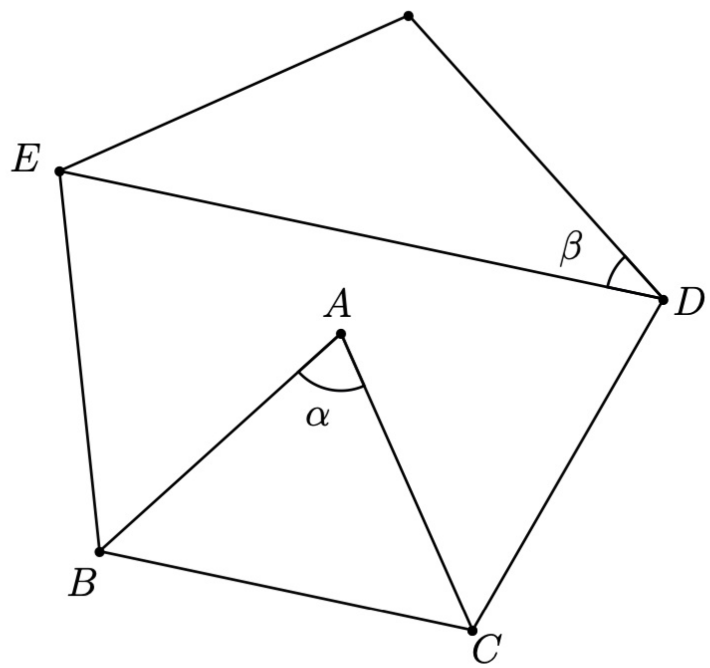
Altitude de C : $1000 + 224 = 1224$ [m]

4.4.12 - 4.4.13 - 4.4.15

4.4.12 On a tracé ci-dessous un pentagone régulier dont le côté mesure 4 cm. Le point A est le centre du pentagone.

a) Calculer la valeur des angles α et β.

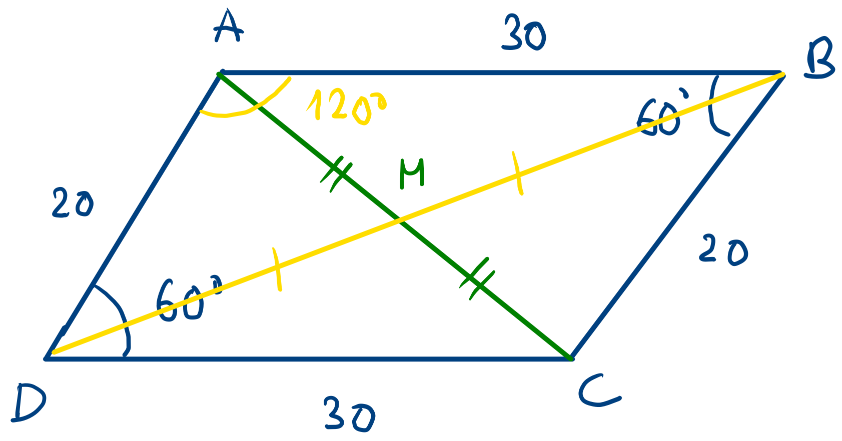
b) Calculer la longueur des segments AB et DE.

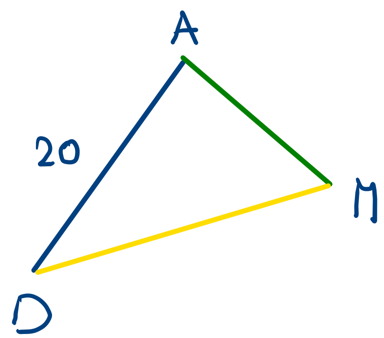


La somme des angles intérieurs d'un polygone à n côtés est égal à

$$(n-2)\cdot 180^\circ$$

4.4.13 Dans le parallélogramme $ABCD$, on connaît $\overline{AB} = 30$, $\overline{BC} = 20$ et on sait que l'angle en B vaut $60°$. Calculer la longueur des diagonales de ce parallélogramme ainsi que l'angle déterminé par celles-ci. Trouver enfin l'aire du quadrilatère $ABCD$.





4.4.15 Dans le trapèze $ABCD$, les bases sont $\overline{AD} = 15$ m, $\overline{BC} = 10$ m et les côtés non parallèles sont $\overline{AB} = 8$ m, $\overline{CD} = 7$ m. Calculer les angles et l'aire du trapèze.