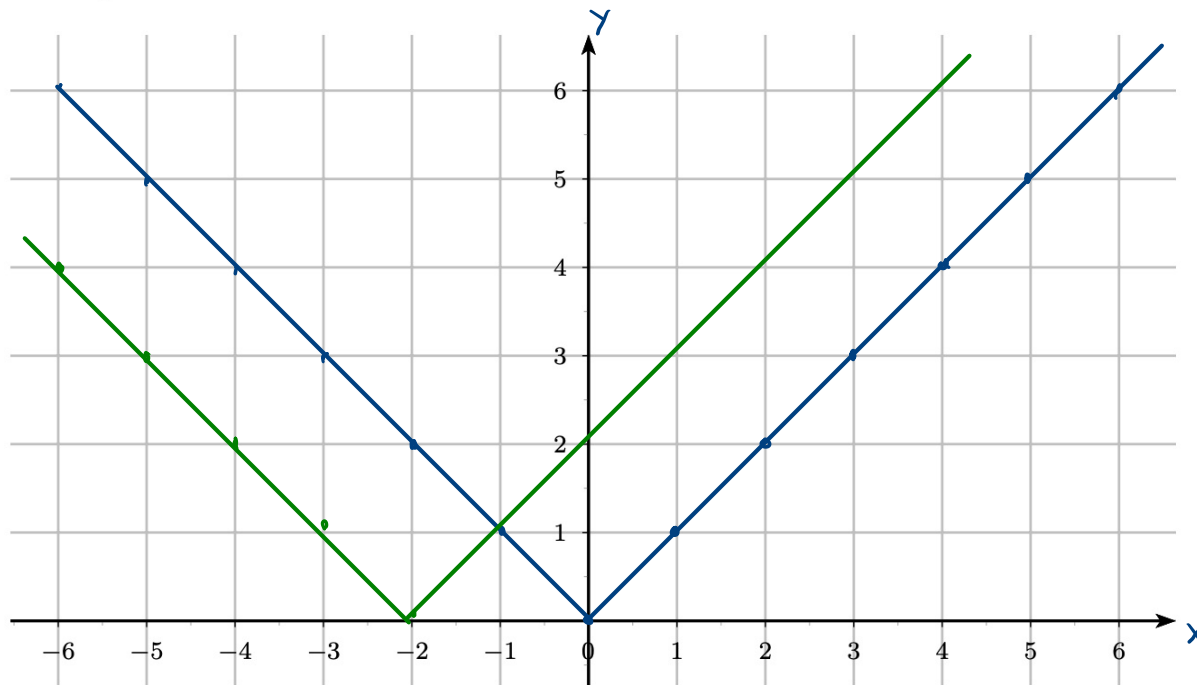


2.5.17 Soit la fonction valeur absolue $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}_+$,

$$f(x) = |x|.$$

- a) Dans le système d'axes ci-dessous, placer une quinzaine de points qui sont sur le graphe de f .



- c) Esquisser le graphe de la fonction

$$g(x) = |x + 2|$$

- b) Donner l'image par f de l'ensemble

$$A = \{-100; -45; -10; -9; -3; 0; 1; 2; 3; 5; 36; 183\}$$

$$|-100| = 100$$

$$|36| = 36$$

$$|-10| = 10$$

$$|-8,6| = 8,6$$

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & , \text{ si } x \geq 0 \\ -x & , \text{ sinon} \end{cases}$$

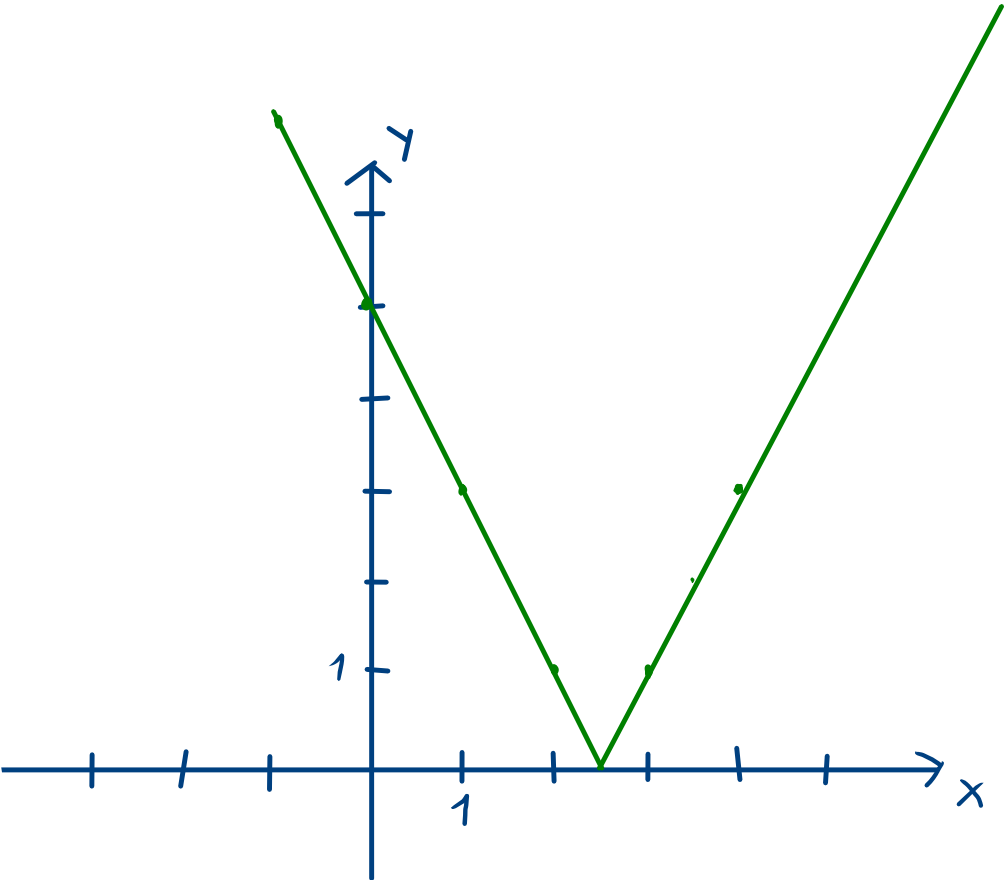
d) Donner l'image par la fonction

$$h(x) = |2x - 5|$$

de l'ensemble

$$B = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$$

x	$2x - 5$	$ 2x - 5 $
-1	-7	7
0	-5	5
1	-3	3
2	-1	1
3	1	1
4	3	3
5	5	5



2.5.18 Résoudre les équations suivantes.

a) $|x + 4| = 11$

b) $3|x - 2| + 3 = 7$

a) $|x + 4| = \begin{cases} x + 4 & \text{si } x \geq -4 \\ -(x + 4) & \text{si } x < -4 \end{cases}$

x	$x+4$	$ x+4 $
-6	-2	2
-5	-1	1
-4	0	0
-3	1	1
-2	2	2

Nous avons deux conditions qui donnent deux équations :

① $x \geq -4$
 $x + 4 = 11$
 $x = 7$ ✓

② $x < -4$
 $-(x + 4) = 11$
 $-x - 4 = 11$
 $-x = 15$
 $x = -15$ ✓

+4
· (-1)

$$S = \{-15; 7\}$$

$$b) 3|x-2|+3=7$$

$$|x-2| = \begin{cases} x-2 & \text{si } x \geq 2 \\ -(x-2) & \text{si } x < 2 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad x \geq 2 :$$

$$3(x-2) + 3 = 7$$

$$3x - 6 + 3 = 7$$

$$3x = 10$$

$$x = \frac{10}{3} \checkmark$$

$$S = \left\{ \frac{2}{3}; \frac{10}{3} \right\}$$

$$\textcircled{2} \quad x < 2 :$$

$$3 \cdot (-(x-2)) + 3 = 7$$

$$-3x + 6 + 3 = 7$$

$$-3x = -2$$

$$x = \frac{2}{3} \checkmark$$

$$c) 4 - |x+2| = 3(|x-1| - 1)$$

$$|x+2| = \begin{cases} x+2 & , \text{ si } x \geq -2 \\ -(x+2) & , \text{ si } x < -2 \end{cases}$$

$$|x-1| = \begin{cases} x-1 & , \text{ si } x \geq 1 \\ -(x-1) & , \text{ si } x < 1 \end{cases}$$

x		-2		1	
$ x+2 $	$-(x+2)$	①	$x+2$		$x+2$
$ x-1 $	$-(x-1)$		$-(x-1)$	②	$x-1$

$$c) 4 - |x+2| = 3(|x-1| - 1)$$

Nous devons résoudre 3 équations :

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad x \geq 1 : \quad & 4 - (x+2) = 3((x-1) - 1) \\ & 4 - x - 2 = 3(x-1-1) \\ & -x + 2 = 3(x-2) \\ & -x + 2 = 3x - 6 \\ & -4x = -8 \\ & x = 2 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad -2 < x < 1 : \quad & 4 - (x+2) = 3(-(x-1) - 1) \\ & 4 - x - 2 = 3(-x+1-1) \\ & -x + 2 = -3x \\ & 2x = -2 \\ & x = -1 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} \quad x \leq -2 :$$

$$\begin{aligned} & 4 - (-(x+2)) = 3(-(x-1) - 1) \\ & 4 - (-x-2) = 3(-x+1-1) \\ & 4 + x + 2 = -3x \\ & 4x = -6 \\ & x = -\frac{3}{2} \quad \times \end{aligned}$$

ne convient pas !

$$S = \{-1; 2\}$$

d) $|2x+3| - |2-x| = -3$

$$|2x+3| = \begin{cases} 2x+3 & , \text{ si } x \geq -\frac{3}{2} \\ -2x-3 & , \text{ si } x < -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$|-x+2| = \begin{cases} -x+2 & , \text{ si } x \geq 2 \\ -(-x+2) & , \text{ si } x < 2 \end{cases}$$

x	$-\frac{3}{2}$	2
$ 2x+3 $	$-2x-3$	$2x+3$
$ -x+2 $	$-x+2$	$x-2$

① $x < -\frac{3}{2}$:

$$\begin{aligned} -2x-3 - (-x+2) &= -3 \\ -2x-3 + x-2 &= -3 \\ -x-5 &= -3 \\ -x &= 2 \\ x &= -2 \checkmark \end{aligned}$$

② $-\frac{3}{2} < x < 2$:

$$\begin{aligned} 2x+3 - (-x+2) &= -3 \\ 2x+3 + x-2 &= -3 \\ 3x+1 &= -3 \\ 3x &= -4 \\ x &= -\frac{4}{3} \checkmark \end{aligned}$$

③ $x \geq 2$:

$$\begin{aligned} 2x+3 - (x-2) &= -3 \\ 2x+3 - x+2 &= -3 \\ x+5 &= -3 \\ x &= -8 \times \end{aligned}$$

ne convient pas

$$S = \left\{ -2; -\frac{4}{3} \right\}$$