12.09.24

1.1.4 Soit A, B, C, D et E des points quelconques. Sans utiliser de dessin, simplifier le plus possible les expressions suivantes :

a) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$

b) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EB}$

c) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AB}$

d) $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC}$

e) $\overrightarrow{EC} - \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB}$

$$\boxed{\begin{aligned} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} &= \overrightarrow{AB} \end{aligned}}$$

a) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB}$

$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

b) $\underbrace{\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC}} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD}$

$= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC}$

c) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$

$= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC}$

d) $\underbrace{\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB}} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}$

$= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DB}$

$= \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DA}$

e) $\underbrace{\overrightarrow{EC} - \overrightarrow{ED}} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB}$

$= \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$

$= \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{0}$

1.1.5 On considère le parallélépipède $ABCD\ EFGH$ représenté ci-dessous. Simplifier au maximum les expressions vectorielles suivantes :

a) $\vec{a} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

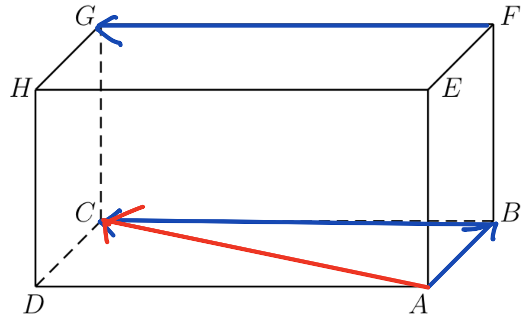
b) $\vec{b} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{CD}$

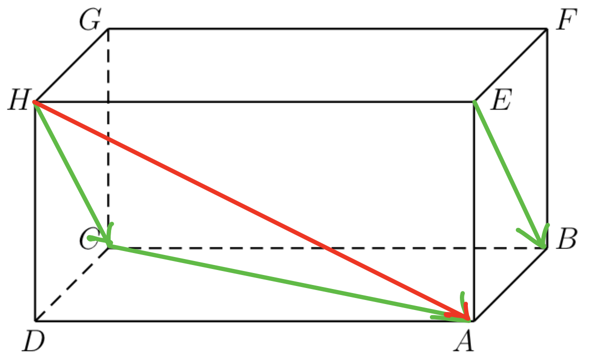
c) $\vec{c} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{CA}$

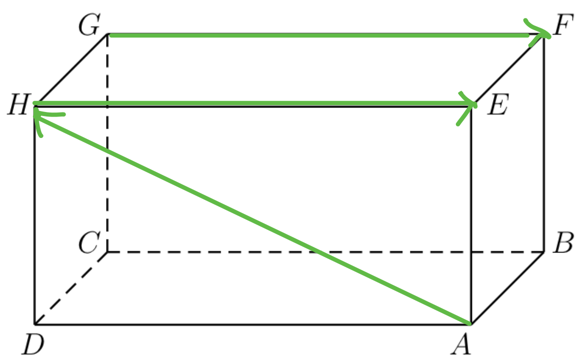
d) $\vec{d} = \overrightarrow{EH} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{GA}$

e) $\vec{e} = \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{EB}$

f) $\vec{f} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC} + \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{GF}$







f) $\vec{f} = \overrightarrow{AB} + \underbrace{\overrightarrow{CC}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{GF}$

$= \underbrace{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH}} + \overrightarrow{GF}$

$= \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{GF}$

$= \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HE} = \overrightarrow{AE}$

1.1.6 Soit $ABCDEF$ un hexagone régulier de centre O. Exprimer plus simplement les vecteurs qui suivent. Utiliser le point O lorsque c'est nécessaire.

a) $\vec{a} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

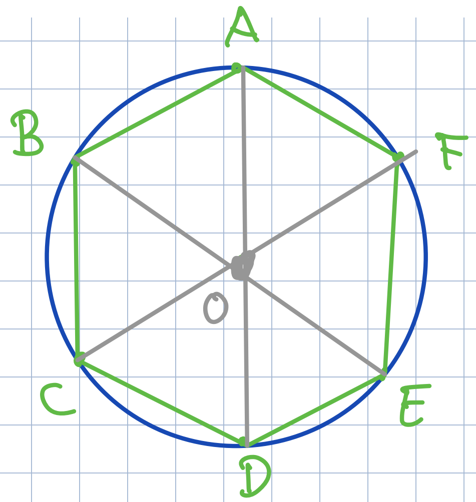
b) $\vec{b} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FE}$

c) $\vec{c} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{FE}$

d) $\vec{d} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{DE}$

e) $\vec{e} = \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FE}$

f) $\vec{f} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DD}$



1.1.8 Représenter trois points A, B et P pour lesquels :

a) $\overrightarrow{AP} = 3\overrightarrow{AB}$

b) $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

c) $\overrightarrow{PA} = \frac{-3}{2}\overrightarrow{BP}$

d) $\overrightarrow{PA} = \frac{-3}{5}\overrightarrow{BP}$

e) $\overrightarrow{PA} = \frac{3}{7}\overrightarrow{AB}$

f) $\overrightarrow{AP} = \frac{5}{-4}\overrightarrow{PB}$

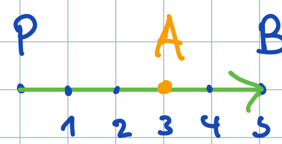
g) $\overrightarrow{PA} = -2\overrightarrow{PB}$

a)

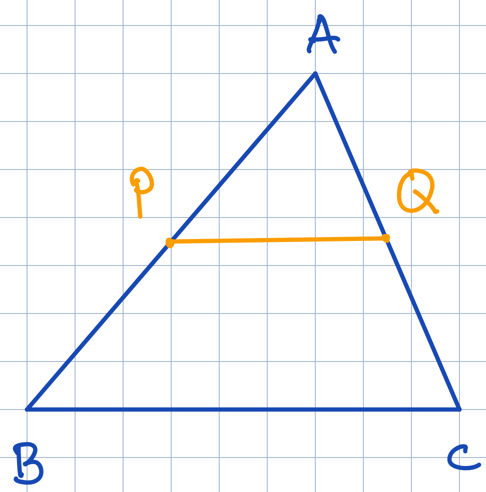
b) $\overrightarrow{AP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

e) $\overrightarrow{PA} = \frac{3}{7}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AP} = -\frac{3}{7}\overrightarrow{AB}$

d) $\vec{PA} = -\frac{3}{5}\vec{BP} \Leftrightarrow \vec{PA} = \frac{3}{5}\vec{PB}$



1.1.10



Théorème du segment moyen

$$\boxed{\begin{array}{l} PQ = \frac{1}{2} BC \\ PQ \parallel BC \end{array}}$$

a) $\boxed{\vec{PQ} = \frac{1}{2}\vec{BC}}$

Résolution d'un système d'équations

$$\begin{array}{l|c|c} & x & y \\ \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 5x + 8y = -12 \end{cases} & \begin{array}{c} \cdot 5 \\ \cdot(-2) \end{array} & \begin{array}{c} \cdot 8 \\ \cdot 3 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10x - 15y = 35 \\ -10x - 16y = 24 \\ \hline -31y = 59 \end{array} \quad \Big|\div(-31)$$

$$y = -\frac{59}{31}$$

$$\begin{array}{r} 16x - 24y = 56 \\ 15x + 24y = -36 \\ \hline 31x = 20 \end{array}$$

$$x = \frac{20}{31}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{20}{31} ; \frac{-59}{31} \right) \right\}$$

Combinaison linéaire de vecteurs

Soit $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ et $\vec{e}$ des vecteurs.

Le vecteur

$$\vec{X} = -2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c} + \vec{d} - \vec{e}$$

est une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$
$\vec{d}$ et $\vec{e}$

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Soit $\vec{V_1}, \vec{V_2}, \ldots, \vec{V_n}$ n vecteurs.

appartient

Soit $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ des nombres réels.

Le vecteur

$$\vec{X} = \lambda_1 \vec{V_1} + \lambda_2 \vec{V_2} + \ldots + \lambda_n \vec{V_n}$$

est une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{V_1}, \ldots, \vec{V_n}$