

# Équations rationnelles

12.12.24

2.5.11 Résoudre les équations suivantes après avoir déterminé leur ensemble de définition.

a)  $\frac{x-1}{2x-1} = \frac{3x-5}{4x-2}$

c)  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+3} + \frac{3}{4} = 0$

$$\frac{x-1}{2x-1} = \frac{3x-5}{4x-2}$$

① On cherche l'ensemble de définition de l'équation.

Il faut exclure les zéros des dénominateurs.

$$\begin{array}{l|l}
\bullet 2x - 1 = 0 & \bullet 4x - 2 = 0 \\
2x = 1 & 4x = 2 \\
x = \frac{1}{2} & 
\end{array} \quad \left. \begin{array}{l|l}
+1 & +2 \\
\div 2 & \div 4 \\
& x = \frac{1}{2}
\end{array} \right\}$$

L'Ensemble de Définition est

$$ED = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

② Résolvons cette équation :

$$\frac{x-1}{2x-1} = \frac{3x-5}{4x-2}$$

$$\frac{x-1}{2x-1} = \frac{3x-5}{2(2x-1)}$$

$$2(x-1) = 3x-5$$

$$2x-2 = 3x-5$$

$$-x = -3$$

$$x = 3 \in ED$$

$$\bullet 2(2x-1) \quad x \neq \frac{1}{2}$$

CL

$$-3x + 2$$

$$\bullet (-1)$$

③  $S = \{ 3 \}$

2.5.11

e)  $\frac{750}{x} + 6 = \frac{720}{x-5}$

① ED =  $\mathbb{R} - \{0; 5\} = \mathbb{R}^* - \{5\}$

②  $\frac{750}{x} + \frac{6}{1} = \frac{720}{x-5}$

$$\frac{750(x-5)}{x(x-5)} + \frac{6x(x-5)}{x(x-5)} = \frac{720x}{x(x-5)}$$

$$750(x-5) + 6x(x-5) = 720x$$

$$750x - 3750 + 6x^2 - 30x = 720x$$

$$6x^2 - 3750 = 0$$

$$x^2 - 625 = 0$$

$$(x - 25)(x + 25) = 0$$

③  $S = \{-25; 25\}$

•  $x(x-5)$

CL

$$- 720x$$

$$\div 6$$

c)  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+3} + \frac{3}{4} = 0$

ED =  $\mathbb{R} - \{-3; -1\}$

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+3} + \frac{3}{4} = 0$$

$$4(x+3) + 4(x+1) + 3(x+1)(x+3) = 0$$

$$4x+12 + 4x+4 + 3(x^2+4x+3) = 0$$

$$8x+16 + 3x^2+12x+9 = 0$$

$$3x^2+20x+25 = 0$$

$$(3x+5)(x+5) = 0$$

$$\downarrow \\ 3x+5=0$$

$$3x = -5$$

$$x = -\frac{5}{3}$$

$$S = \left\{ -5; -\frac{5}{3} \right\}$$

f)  $\frac{x}{x-6} - \frac{1}{2} = \frac{x}{6} + \frac{x+6}{6-x}$

$$\bullet 4(x+1)(x+3)$$

CL

CL

CL

$$f) \frac{x}{x-6} - \frac{1}{2} = \frac{x}{6} + \frac{x+6}{6-x}$$

$$ED = \mathbb{R} - \{6\}$$

$$\frac{x}{x-6} - \frac{1}{2} = \frac{x}{6} + \frac{x+6}{-1 \cdot (x-6)}$$

$$DC = 6(x-6)$$

$$\frac{x}{x-6} - \frac{1}{2} = \frac{x}{6} + \frac{-(x+6)}{x-6}$$

$$6x - 3(x-6) = x(x-6) - 6(x+6)$$

$$6x - 3x + 18 = x^2 - 6x - 6x - 36$$

$$3x + 18 = x^2 - 12x - 36$$

$$-x^2 + 15x + 54 = 0$$

$$x^2 - 15x - 54 = 0$$

$$(x - 18)(x + 3) = 0$$

$$S = \{-3; 18\}$$

$$\cdot 6(x-6)$$

CL

CL

$$-x^2 + 12x + 36$$

$$\cdot (-1)$$

2.5.12

h)  $\frac{x+4}{x} - \frac{1}{x+4} = \frac{4}{\underbrace{x^2 + 4x}_{x(x+4)}}$

$$ED = \mathbb{R} - \{0; -4\}$$

- $x = 0$
- $x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$
- $x(x+4) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ ou } x = -4$

ppmc :  $x(x+4)$

$$(x+4)^2 - x = 4$$

$$x^2 + 8x + 16 - x = 4$$

$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$(x+3)(x+4) = 0$$

$$\downarrow$$

$$x = -3$$

$$\downarrow$$

$$x = -4$$



$\notin ED$



$$S = \{-3\}$$

## 2.7.9

Une bouteille et son bouchon coûtent 105 francs. La bouteille coûte 100 francs de plus que le bouchon. Quel est le prix du bouchon ? Quel est le prix de la bouteille ?

① On pose la ou les inconnues

$$x = \text{prix de la bouteille}$$

$$x - 100 = \text{prix du bouchon}$$

② On pose l'équation (ou le système d'équations)

$$x + x - 100 = 105$$

③ On résout l'équation (ou le système)

$$2x = 205$$

$$x = 102,5$$

$$S = \{102,5\}$$

④ Le prix du bouchon est égal à 2,50 francs et le prix de la bouteille est 102,50 francs

Mardi 2. 5. 12 et 2. 5. 13