13.11.24

2.3.12 Trouver les zéros entiers du polynôme

a) $2x^3 - 14x + 12$,

$$p = 2x^3 - 14x + 12 = 2(\underbrace{x^3 - 7x + 6}_{p_1})$$

Il faut déterminer un nombre a tel que $p_1(a) = 0$.

Nous devons résoudre l'équation :

$$x^3 - 7x + 6 = 0$$

$$p_1(1) = 1 - 7 + 6 = 0 \Rightarrow (x-1) \,/\, (x^3 - 7x + 6)$$

Effectuons la division en colonne :

$$\begin{array}{rrr|l}
x^3 & \ldots & -7x+6 & x-1 \\ \cline{4-4}
-\;(x^3 & -x^2) & & x^2+x-6 \\ \cline{1-2}
 & x^2 & -7x & \\
 & -\;(x^2 & -x) & \\ \cline{2-3}
 & & -6x+6 & \\
 & & -\;(-6x+6) & \\ \cline{3-3}
 & & 0 &
\end{array}$$

$$p = 2(x-1)(x^2+x-6) = 2(x-1)(x+3)(x-2)$$

$$2x^3 - 14x + 12 = 0$$

$$2(x-1)(x+3)(x-2) = 0$$

Factorisation

$$S = \{1 \,;\, -3 \,;\, 2\}$$

Les zéros entiers sont -3, 1 et 2.

b) $x^4 - 6x^3 + x - 6.$

$p = x^4 - 6x^3 + x - 6$

$p(1) \neq 0$

$p(-1) = 0 \Rightarrow (x+1) \,/\, p$

$p(2) \neq 0$

$p(-2) \neq 0$

$p(3) \neq 0$

$p(-3) \neq 0$

$p(6) = 0 \Rightarrow (x-6) \,/\, p$

$p(-6) \neq 0$

$$\underbrace{(x+1)(x-6)}_{x^2-5x-6} \,/\, p$$

Effectuons la division de p par x^2-5x-6.

$$\begin{array}{rl|l}
 & x^4 - 6x^3 + \ldots + x - 6 & x^2 - 5x - 6 \\ \cline{3-3}
- & x^4 - 5x^3 - 6x^2 & x^2 - x + 1 \\ \cline{2-2}
 & -x^3 + 6x^2 + x & \\
- & -x^3 + 5x^2 + 6x & \\ \cline{2-2}
 & x^2 - 5x - 6 & \\
- & x^2 - 5x - 6 & \\ \cline{2-2}
 & \text{reste} \quad 0 &
\end{array}$$

$$\begin{array}{l|l}
x^4 - 6x^3 + x - 6 = 0 & \text{Factorisation} \\
(x^2-5x-6)(x^2-x+1) = 0 & \\
(x-6)(x+1)\boxed{(x^2-x+1)} = 0 &
\end{array}$$

moche

$\downarrow$ avec Δ

$x^2 - x + 1 = 0$

$a = 1, \ b = -1, \ c = 1$

$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3$

$\Delta < 0 \Rightarrow$ pas de sol. $\Rightarrow$ pas de factorisation

Les zéros sont -1 et 6.

2.3.16 Factoriser le polynôme $p(x) = 2\,x^3 - 8\,x^2 + 8\,x$ $= 2x(x^2 - 4x + 4)$
$= 2x(x-2)^2$

2.3.17 Déterminer les solutions entières de l'équation $2x^4 + 11x^3 + 4x^2 - 29x + 12 = 0$.

Demain $\to$ 2,3,16 et 2,3,17