2.3.17 Déterminer les solutions entières de l'équation $\underbrace{2x^4 + 11x^3 + 4x^2 - 29x + 12}_{P} = 0$.

zéros : $\dfrac{12}{2} = \dfrac{2 \cdot 2 \cdot 3}{2}$

Les zéros : ± 2 ; ± 3 ; ± 4 ; ± 6 ; ± 12 ; ± 1 ; $\pm \frac{1}{2}$; ...

$p(1) = 0$ effectuons la division de p par $x - 1$

$$
\begin{array}{rl|l}
 & 2x^4 + 11x^3 + 4x^2 - 29x + 12 & x - 1 \\ \cline{3-3}
- & 2x^4 - 2x^3 & \underbrace{2x^3 + 13x^2 + 17x - 12}_{P_1} \\ \cline{2-2}
 & 13x^3 + 4x^2 & \\
- & 13x^3 - 13x^2 & \\ \cline{2-2}
 & 17x^2 - 29x & \\
- & 17x^2 - 17x & \\ \cline{2-2}
 & -12x + 12 & \\
- & -12x + 12 & \\ \cline{2-2}
 & 0 &
\end{array}
$$

On peut présenter cette division autrement :

	2	11	4	−29	12
1		2	13	17	−12
	2	13	17	−12	0

$$\underbrace{2 \quad 13 \quad 17 \quad -12}_{P_1} \qquad \underbrace{0}_{\text{reste}}$$

$p = (x - 1)(2x^3 + 13x^2 + 17x - 12)$

C'est la méthode de Horner

$$P = (x-1)(\underbrace{2x^3+13x^2+17x-12}_{P_1})$$

$P_1(1) \neq 0$

$P_1(-1) \neq 0$

$\vdots$

$p(-3) = 0 \quad \Rightarrow \quad x+3 \mid P_1$

Par Horner

	2	13	17	−12
−3		−6	−21	12
	2	7	−4	0

$$p = (x-1)(x+3)(2x^2+7x-4)$$

$$p = (x-1)(x+3)(2x-1)(x+4)$$

2.3.19 Déterminer le quotient et le reste de la division en utilisant le schéma de Horner.

a) $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ par $x - 1$

b) $x^5 + 1$ par $x + 1$

c) $3\,x^5 - 8\,x^4 + 7\,x^3 + x^2 - 5\,x + 6$ par $x + 2$

a)

	1	1	1	1	1
1		1	2	3	4
	1	2	3	4	5

$\underbrace{1 \quad 2 \quad 3 \quad 4}_{\text{quotient}} \qquad \underbrace{5}_{\text{reste}}$

$$(x^3 + 2x^2 + 3x + 4)(x-1) + 5 = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$$

b)

	1	0	0	0	0	1
-1		-1	1	-1	1	-1
	1	-1	1	-1	1	0

$$(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)(x+1) = x^5 + 1$$

mardi

2.3. 20
2.3 15
2.3 18

c)

	3	-8	7	1	-5	6
-2		-6	28	-70	138	-266
	3	-14	35	-69	133	-260

$$(3x^4 - 14x^3 + 35x^2 - 69x + 133)(x+2) + (-260) = 3\,x^5 - 8\,x^4 + 7\,x^3 + x^2 - 5\,x + 6$$