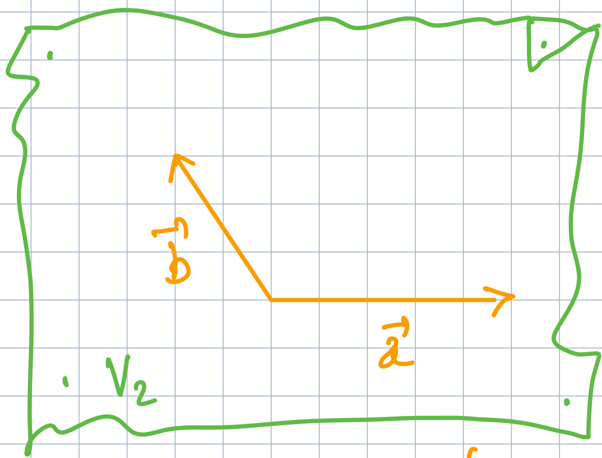
Bases de V_2

24.09.24

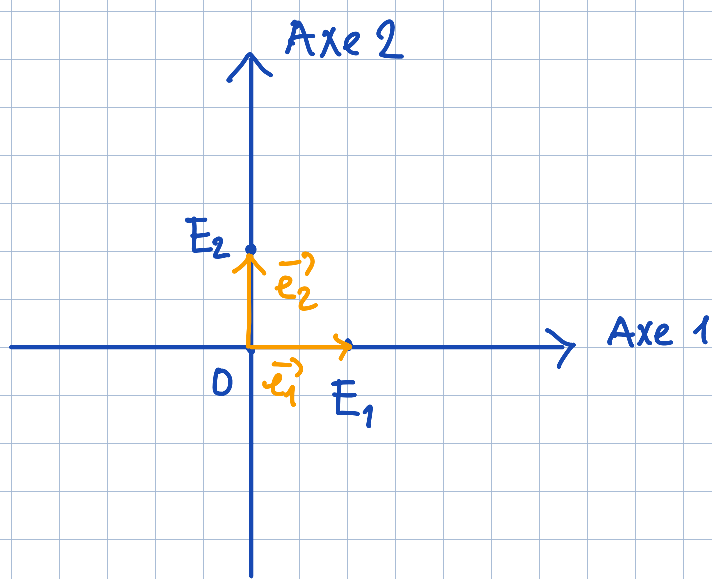
Une base, notée $\mathcal{B}$, est un couple de vecteurs linéairement indépendants.



$\mathcal{B} = (\vec{a}, \vec{b})$

Dans l'écriture $\mathcal{B} = (\vec{a}, \vec{b})$, l'ordre des vecteurs est important.

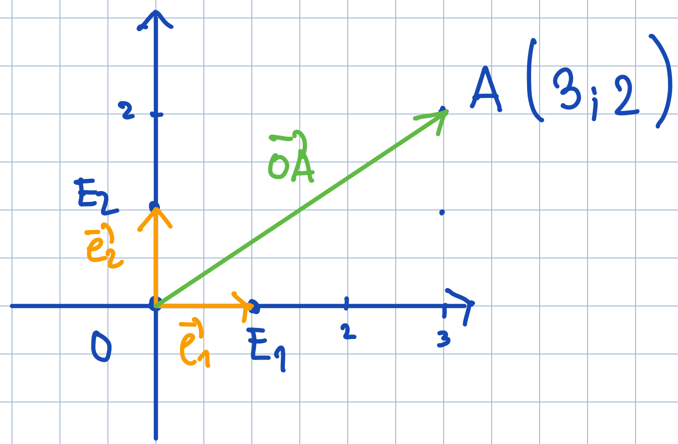
Soit $R = (O, E_1, E_2)$ un repère orthonormé.



Avec ce repère, on définit une base :

$\vec{e_1} = \overrightarrow{OE_1}$ et $\vec{e_2} = \overrightarrow{OE_2}$

$$R = (O, E_1, E_2) \Leftrightarrow \mathcal{B} = (\underbrace{\overrightarrow{OE_1}}_{\vec{e_1}}, \underbrace{\overrightarrow{OE_2}}_{\vec{e_2}})$$



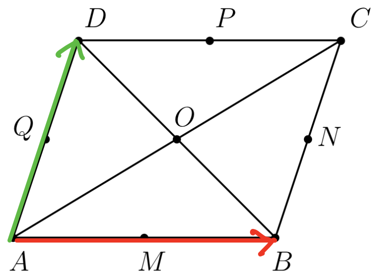
$$\overrightarrow{OA} = 3\,\vec{e_1} + 2\,\vec{e_2} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

3 et 2 sont les composantes du vecteur $\overrightarrow{OA}$ dans la base $\mathcal{B}$.

Si je prends la base $\mathcal{B}^* = (\vec{e_2}, \vec{e_1})$, le vecteur $\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}^*}$

$$\boxed{\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}^*}}$$

1.2.5 Les points M, N, P et Q sont les milieux des côtés du parallélogramme $ABCD$.



a) Donner, dans la base $\mathfrak{B}_1 = \left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}\right)$, les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AQ}$, $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{AP}$,$\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{QP}$ et $\overrightarrow{CM}$

$$\overrightarrow{AB} = 1 \cdot \overrightarrow{AB} + 0 \cdot \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AD} = 0 \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$