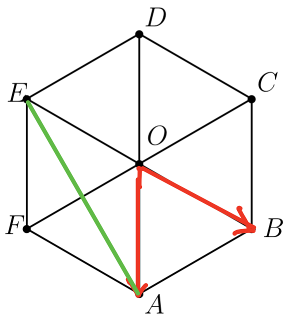
25.09.24

1.2.6 Soit $ABCDEF$ un hexagone régulier de centre O. Donner les composantes des vecteurs

$$\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{CB},\ \overrightarrow{FA},\ \overrightarrow{EA},\ \overrightarrow{EC},\ \overrightarrow{DB},\ \overrightarrow{EB},\ \overrightarrow{OA},\ \overrightarrow{OB},\ \overrightarrow{OC},\ \overrightarrow{OD},\ \overrightarrow{OE}$$



a) dans la base $\mathfrak{B}_1 = \left(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}\right)$

b) dans la base $\mathfrak{B}_2 = \left(\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{ED}\right)$

c) dans la base $\mathfrak{B}_3 = \left(\overrightarrow{EA}; \overrightarrow{EC}\right)$

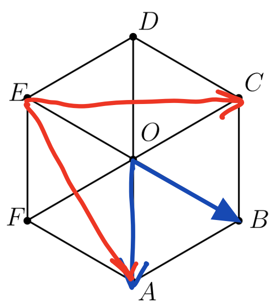
d) dans la base $\mathfrak{B}_4 = \left(\overrightarrow{OE}; \overrightarrow{AB}\right)$

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{EO} + \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

1.2.6 Soit $ABCDEF$ un hexagone régulier de centre O. Donner les composantes des vecteurs

$$\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{CB},\ \overrightarrow{FA},\ \overrightarrow{EA},\ \overrightarrow{EC},\ \overrightarrow{DB},\ \overrightarrow{EB},\ \overrightarrow{OA},\ \overrightarrow{OB},\ \overrightarrow{OC},\ \overrightarrow{OD},\ \overrightarrow{OE}$$



a) dans la base $\mathfrak{B}_1 = \left(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}\right)$

b) dans la base $\mathfrak{B}_2 = \left(\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{ED}\right)$

c) dans la base $\mathfrak{B}_3 = \left(\overrightarrow{EA}; \overrightarrow{EC}\right)$

d) dans la base $\mathfrak{B}_4 = \left(\overrightarrow{OE}; \overrightarrow{AB}\right)$

$B_1 = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$

$B_3 = (\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EC})$

Exprimons $\overrightarrow{OA}$ dans la base B_3. Pour cela, exprimons $\overrightarrow{EA}$ dans la base B_1 :

$\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$

De même $\overrightarrow{EC}$:

$\overrightarrow{EC} = -\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}$

Nous avons ainsi un système :

$$\begin{cases} \vec{EA} = \vec{OA} + \vec{OB} \\ \vec{EC} = -\vec{OA} + 2\vec{OB} \end{cases} \quad \begin{array}{c|c} \vec{OA} & \vec{OB} \ (*) \\ \cdot 1 & \cdot 2 \\ \cdot 1 & \cdot(-1) \end{array}$$

$$\begin{cases} 5 = x + y \\ 6 = -x + 2y \end{cases}$$

$$\vec{EA} + \vec{EC} = 3\vec{OB} \Rightarrow \boxed{\vec{OB} = \frac{1}{3}\vec{EA} + \frac{1}{3}\vec{EC}}$$

$$2\vec{EA} - \vec{EC} = 3\vec{OA} \Rightarrow \boxed{\vec{OA} = \frac{2}{3}\vec{EA} - \frac{1}{3}\vec{EC}}$$

$$(*)\left[\begin{array}{l} 2\vec{EA} = 2\vec{OA} + 2\vec{OB} \\ -\vec{EC} = \vec{OA} - 2\vec{OB} \end{array}\right.$$

$$2\vec{EA} - \vec{EC} = 3\vec{OA}$$

$\vec{OC} = -\vec{OA} + \vec{OB}$ dans $\mathcal{B}_1$

$$\vec{OC} = -\left(\frac{2}{3}\vec{EA} - \frac{1}{3}\vec{EC}\right) + \left(\frac{1}{3}\vec{EA} + \frac{1}{3}\vec{EC}\right)$$

$$= -\frac{2}{3}\vec{EA} + \frac{1}{3}\vec{EC} + \frac{1}{3}\vec{EA} + \frac{1}{3}\vec{EC}$$

$$= -\frac{1}{3}\vec{EA} + \frac{2}{3}\vec{EC}$$

$$\vec{OC} = \begin{pmatrix} -1/3 \\ 2/3 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_3}$$