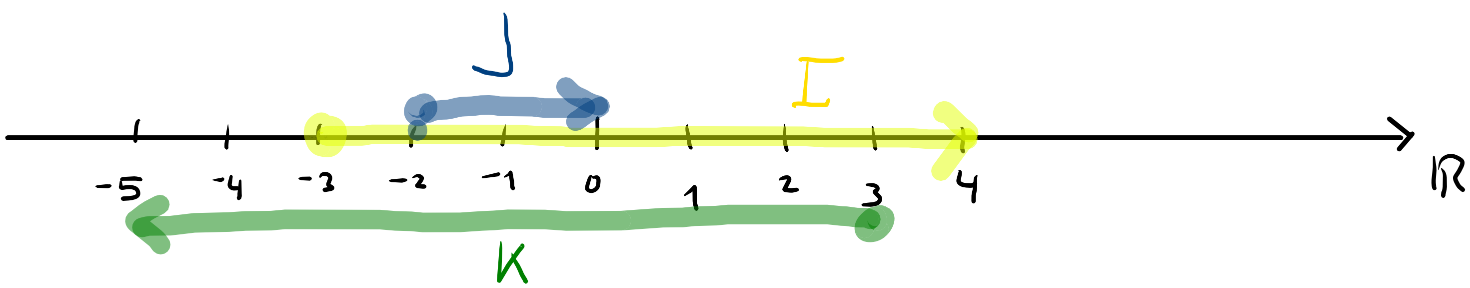
**3.2.9** On donne trois intervalles $I$, $J$ et $K$ de $\mathbb{R}$. Déterminer $I \cap J$, $I \cap K$, $I - (J \cup K)$, $(I - J) \cup (I - K)$ dans les cas suivants.

a) $I = [-3\ ;\ 4[$ $\quad J = [-2\ ;\ 0[$ $\quad K = ]-5\ ;\ 3]$

b) $I = ]-4\ ;\ 2]$ $\quad J = [-2\ ;\ 3]$ $\quad K = ]-3\ ;\ 1[$

c) $I = ]-5\ ;\ 3[$ $\quad J = ]-1\ ;\ 5]$ $\quad K = [-3\ ;\ 4]$

a)




$I \cap J = J$

$I \cap K = [-3\ ;\ 3]$

$I - (J \cup K) = I - K = ]3\ ;4[$

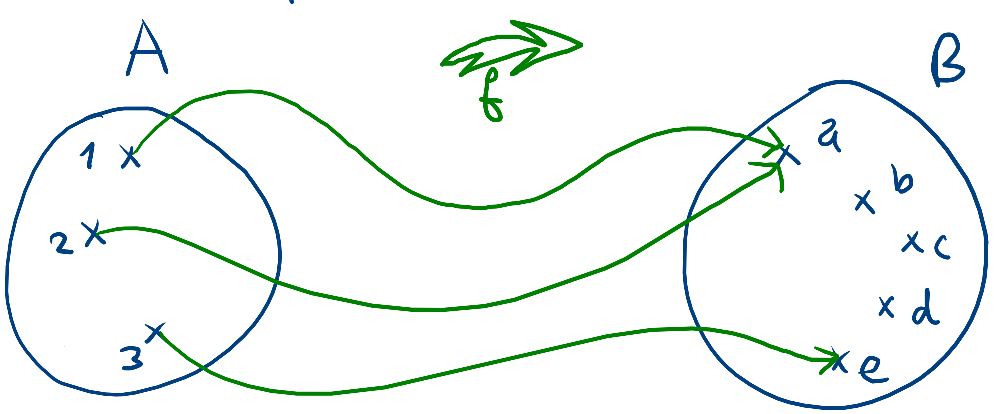
$(I - J) \cup (I - K) = \left([-3;-2[ \cup [0;4[\right) \cup \left(]3;4[\right) = [-3;-2[ \cup [0;4[$

$= I - J$

# Les fonctions

Soit $A$ et $B$ deux ensembles non vides

Soit $f$ une correspondance qui à tout élément de $A$ fait correspondre un et un seul élément de $B$.

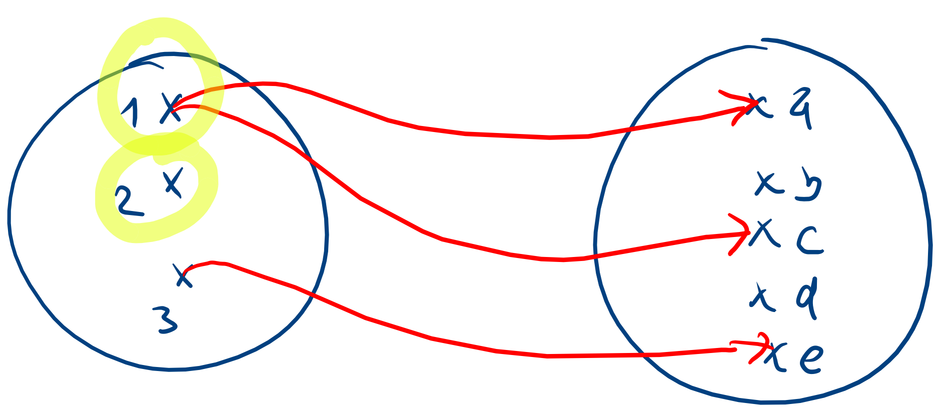



$1 \longmapsto a$ , $f(1) = a$

$2 \longmapsto a$ , $f(2) = a$

$3 \longmapsto e$ , $f(3) = e$

## Contre-exemple




deux flèches partent de 1

aucune flèche part de 2

## Exemples

1) $f : \{0\} \longrightarrow \{1\}$

$$0 \longmapsto 1$$

2) $g : \{0, 1\} \longrightarrow \{\text{nombres écrits en binaires}\}$

$$0 \longmapsto 10101$$

$$1 \longmapsto 101$$

3) $\{\text{Elèves de gybur}\} \longrightarrow \{\text{Matières}\}$ Pas une fonction

$$e_1 \longmapsto \text{FR}, \ \text{MH}, \ \text{AL}$$

etc.

4) $\ln : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ $\boxed{\ln}$

$$x \longmapsto \ln(x)$$

$$10 \longmapsto \ln(10) = 2,3\ldots$$

$$-10 \longmapsto \text{ERROR}$$

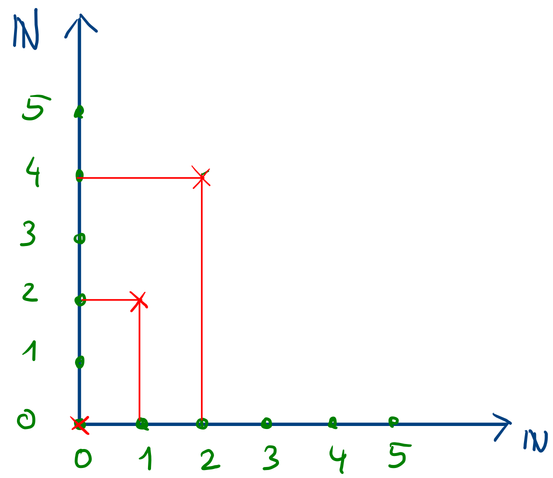
# Tableau des valeurs et graphique

1) On prend $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$

$$n \longmapsto 2n$$

| $n$ | $f(n)$ |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 2 |
| 2 | 4 |
| $\vdots$ | |

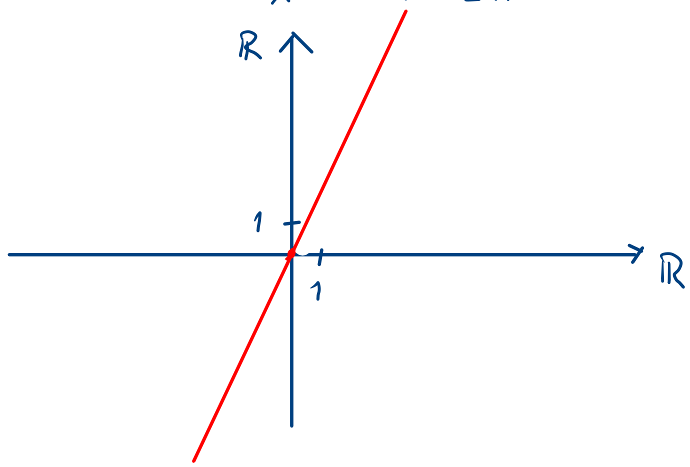
Tableau des valeurs




$$T = \{ (x, f(x)) \mid x \in \mathbb{N} \}$$

2) On prend $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$x \longmapsto 2x$$




Ici, le graphe est une droite

Si $f : A \longrightarrow B$, $x \longmapsto f(x)$ est une fonction, le graphe de $f$ est l'ensemble $T = \{ (x, f(x)) \mid x \in A \}$

**3.3.1** Soit $D = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$. On considère les fonction suivantes de $D$ dans $\mathbb{Q}$. Énumérer les éléments de $f(D)$.

a) $f : x \longmapsto 3\,x - 5$

b) $f : x \longmapsto x^2 - 3$

c) $f : x \longmapsto \dfrac{1}{x+4} - 1$

d) $f : x \longmapsto \dfrac{x+1}{x^2+1}$

$f : \{-2; -1; 0; 1; 2\} \longrightarrow \mathbb{Q}$

$f(D)$ est l'image de l'ensemble D par la fonction $f$

a) $f(D) = \{-11, -8, -5, -2, 1\}$

c) $f(-2) = \dfrac{1}{-2+4} - 1 = \dfrac{1}{2} - 1 = -\dfrac{1}{2}$

$f(-1) = \dfrac{1}{-1+4} - 1 = \dfrac{1}{3} - 1 = -\dfrac{2}{3}$

$f(0) = \dfrac{1}{4} - 1 = -\dfrac{3}{4}$

$f(1) = \dfrac{1}{1+4} - 1 = \dfrac{1}{5} - 1 = -\dfrac{4}{5}$

$f(2) = \dfrac{1}{2+4} - 1 = \dfrac{1}{6} - 1 = -\dfrac{5}{6}$

$f(D) = \left\{-\dfrac{1}{2}; -\dfrac{2}{3}; -\dfrac{3}{4}; -\dfrac{4}{5}; -\dfrac{5}{6}\right\}$

**3.3.2** Les correspondances suivantes sont-elles des fonctions ?
Justifier les réponses.

a) $a : \begin{array}{ccc} \mathbb{N}^* & \longrightarrow & \mathbb{N} \\ x & \longmapsto & 3x-2 \end{array}$ ✓ $f(\mathbb{N}^*) = \{1, 4, 7, \ldots\} \subset \mathbb{N}$

b) $b : \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \longrightarrow & \mathbb{N} \\ x & \longmapsto & 5x-7 \end{array}$ NON $f(0) = -7 \notin \mathbb{N}$

c) $c : \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \longrightarrow & \mathbb{Q} \\ x & \longmapsto & \dfrac{1}{x-3} \end{array}$ NON $f(3) =$ " $\dfrac{1}{0}$ " n'existe pas

d) $d : \begin{array}{ccc} \mathbb{Z} & \longrightarrow & \mathbb{N} \\ x & \longmapsto & \begin{cases} -2x & \text{si } x \leq 0 \\ 0 & \text{si } x > 0 \end{cases} \end{array}$ OUI

e) $e : \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \longrightarrow & \mathbb{N} \\ x & \longmapsto & 5x^2-5 \end{array}$ NON $f(0) = -5 \notin \mathbb{N}$

f) $$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \longrightarrow & \mathbb{N} \\ x & \longmapsto & x^2 - 1 \end{array}$$

NON $\quad f(0) = -1 \notin \mathbb{N}$

g) $$g : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases} \end{array}$$

Oui

h) $$h : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \begin{cases} -1 & \text{si } x \leq 0 \\ 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \end{array}$$

NON

$0 \mapsto -1$

$0 \mapsto 1$

i) $$i : \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \longrightarrow & \mathbb{N} \\ x & \longmapsto & \dfrac{1}{x^2 - 1} \end{array}$$

NON $\quad i(1) = \text{“}\dfrac{1}{0}\text{”}$ n'existe pas

j) $$j : \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \longrightarrow & \mathbb{N} \\ x & \longmapsto & \dfrac{1}{x^2 + 1} \end{array}$$

NON

$j(0) = 1$

$j(1) = \dfrac{1}{2} \notin \mathbb{N}$

**3.4.1** Déterminer l'ensemble de définition $D$ des fonctions suivantes.

a) $f(x) = \dfrac{1}{x-3}$ $D = \mathbb{R} - \{3\}$

b) $f(x) = \dfrac{x}{x-3}$

c) $f(x) = \dfrac{x^2-1}{5+x}$

d) $f(x) = \dfrac{1-x^2}{x^2-4}$

e) $f(x) = \dfrac{2+x}{x^2+9}$

f) $f(x) = \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{2\,x}{x+1}$

g) $f(x) = \dfrac{x^2-7}{(x-3)(x+4)}$

h) $f(x) = \dfrac{5}{(x+2)^2}$

i) $f(x) = \sqrt{x-1}$

j) $f(x) = \dfrac{5\,x}{\sqrt{x+5}}$

k) $f(x) = \sqrt{2-x}$

l) $f(x) = \sqrt{1-2\,x}$