

03.12.25

2.3.13 Déterminer, sans effectuer la division, m et n sachant que :a) $\underbrace{x^3 + mx + n}$ est divisible par $(x-1)(x+2)$,

$$p = x^3 + mx + n \in \mathbb{R}[x]$$

m et n sont des paramètres

$$\textcircled{1} \quad x-1 \mid p \Rightarrow \underbrace{p(1)} = 0 \Rightarrow 1 + m + n = 0$$

le reste de la division de p par $x-1$

$$\textcircled{2} \quad x+2 \mid p \Rightarrow p(-2) = 0 \Rightarrow -8 - 2m + n = 0$$

D'où le système :

$$\begin{cases} \textcircled{1} & \underline{1 + m + n} = 0 \\ \textcircled{2} & -8 - 2m + n = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m + n = -1 \\ 2m - n = -8 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot 1 \end{array} \begin{array}{l} \cdot 2 \\ \cdot (-1) \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m = -9 \\ 3n = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ n = 2 \end{cases}$$

2^{ème} méthode

$$\begin{array}{r|l} x^3 & + mx + n \\ - x^3 - x^2 & \\ \hline x^2 + mx & \\ - x^2 - x & \\ \hline (m+1)x + n & \\ - (m+1)x - (m+1) & \\ \hline \underline{n + m + 1 = 0} & \end{array}$$

Division avec la méthode de Horner

On présente la division d'un polynôme $p \in \mathbb{R}[x]$ par $x+a$ plus rapidement.

Exemple:

$$\begin{array}{r|l} X^3 - 10X^2 + 31X - 30 & X - 2 \\ - X^3 - 2X^2 & \\ \hline & -8X^2 + 31X \\ - & -8X^2 + 16X \\ \hline & 15X - 30 \\ - & 15X - 30 \\ \hline & \text{reste : } 0 \end{array}$$

Schéma de Horner : division par $X+a$

$$\begin{array}{c|ccc|c} \textcircled{2} & 1 & -10 & 31 & -30 \\ & \downarrow & \nearrow 2 & \nearrow -16 & \nearrow 30 \\ & 1 & -8 & 15 & 0 \end{array}$$

coefficients du quotient reste de la division

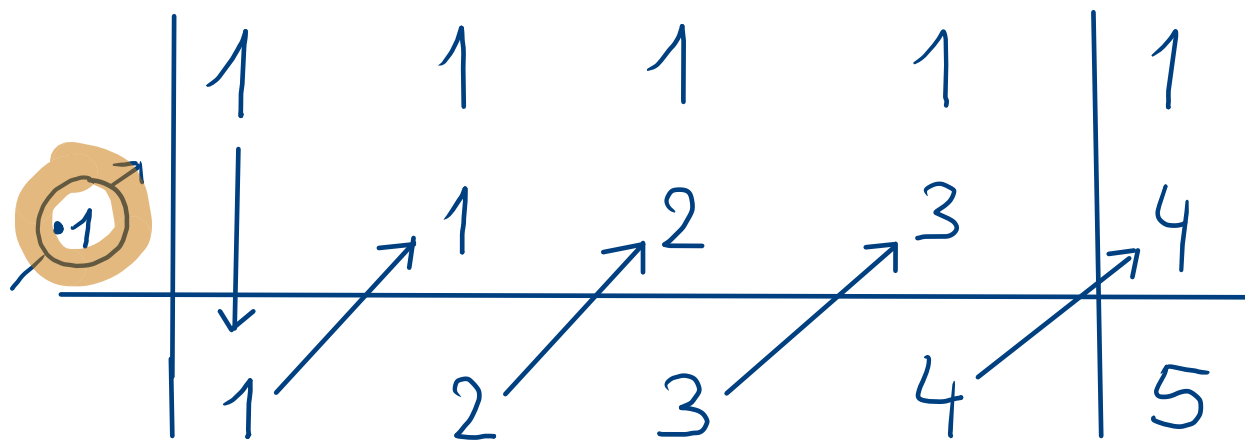
$$q = X^2 - 8X + 15 \quad \text{et } r = 0$$

2.3.19 Déterminer le quotient et le reste de la division en utilisant le schéma de Horner.

a) $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ par $x - 1$ zéro

b) $x^5 + 1$ par $x + 1$

c) $3x^5 - 8x^4 + 7x^3 + x^2 - 5x + 6$ par $x + 2$



quotient : $q = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$

reste : $r = 5$

c) $3x^5 - 8x^4 + 7x^3 + x^2 - 5x + 6$ par $x + 2$

	3	-8	7	1	-5	6
$\circlearrowleft -2$	↓	-6	28	-70	+138	-266
	3	-14	35	-69	133	-260

$$q = 3x^4 - 14x^3 + 35x^2 - 69x + 133$$

$$r = -260$$