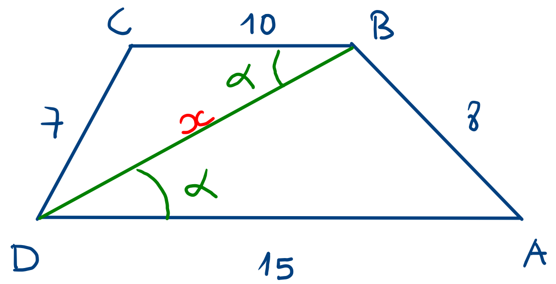
20,03,26

4.4.15 Dans le trapèze $ABCD$, les bases sont $\overline{AD} = 15$ m, $\overline{BC} = 10$ m et les côtés non parallèles sont $\overline{AB} = 8$ m, $\overline{CD} = 7$ m. Calculer les angles et l'aire du trapèze.



Traçons la diagonale BD.

Posons $\alpha = \widehat{CBD} = \widehat{ADB}$ (alternes-internes).

Posons $BD = x$.

On écrit le théorème du cosinus dans les ΔADB et ΔCBD.

$$\begin{cases} 8^2 = x^2 + 15^2 - 2 \cdot 15 \cdot x \cos(\alpha) & (\Delta ADB) \\ 7^2 = x^2 + 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot x \cos(\alpha) & (\Delta CBD) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 64 = x^2 + 225 - 30x \cdot \cos(\alpha) & \cdot 2 \\ 49 = x^2 + 100 - 20x \cos(\alpha) & \cdot (-3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 128 = 2x^2 + 450 - 60x \cos(\alpha) \\ -147 = -3x^2 - 300 + 60x \cos(\alpha) \end{cases}$$

$$-19 = -x^2 + 150$$

$\underline{x^2 = 169}$ $\Rightarrow$ $x = \pm 13$ $\Rightarrow$ $\underline{BD = 13}$

$$(1)\begin{cases} 64 = x^2 + 225 - 30x \cdot \cos(\alpha) \\ 49 = x^2 + 100 - 20x \cos(\alpha) \end{cases}$$

Résolvons ce système par substitution:

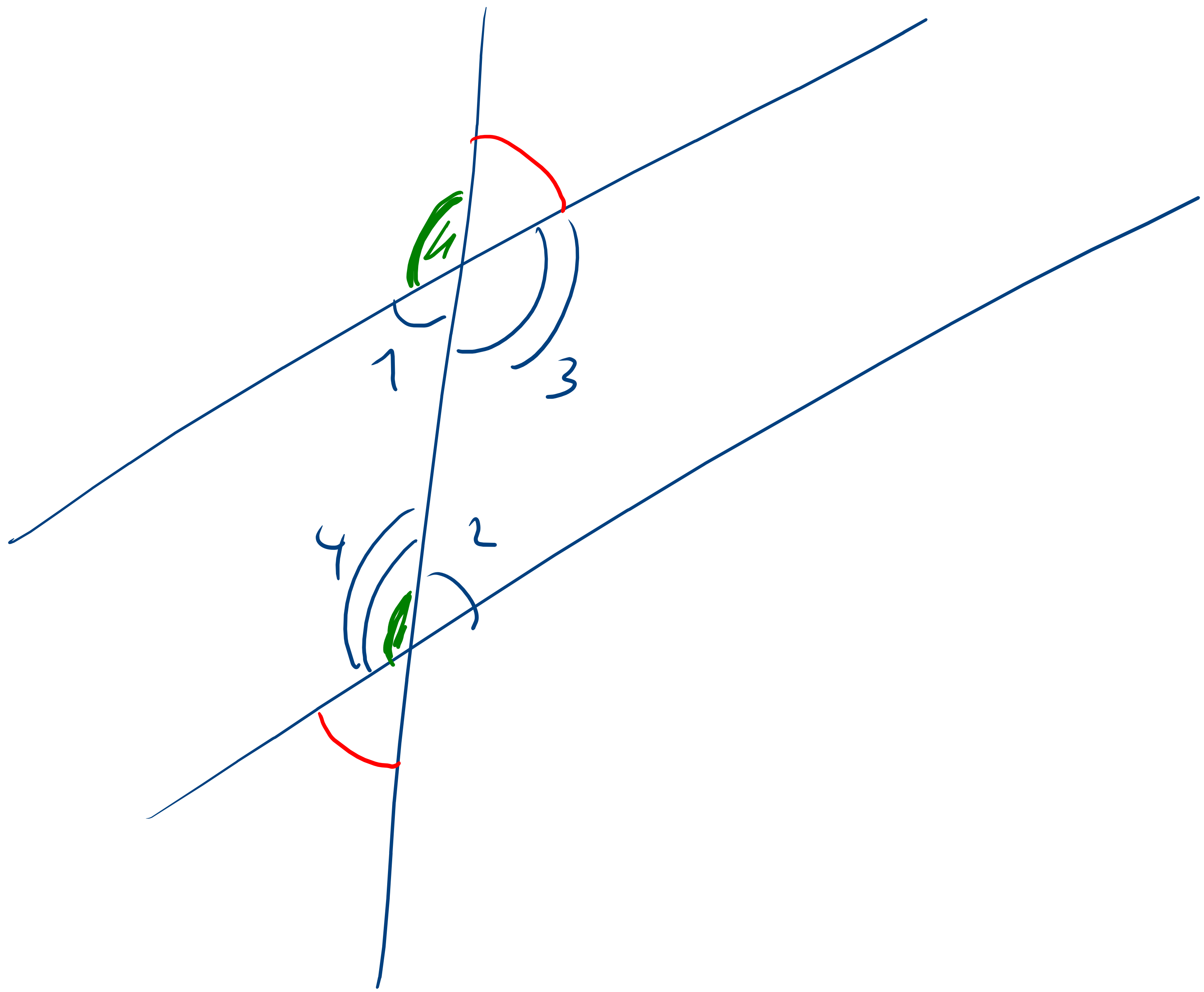
$$(1) \quad 30x \cos(\alpha) = x^2 + 225 - 64$$

$$(1) \quad \cos(\alpha) = \frac{x^2 + 161}{30x}$$

$$\Rightarrow (2) \quad 49 = x^2 + 100 - \overset{2}{\cancel{20}}\,\cancel{x}\,\frac{x^2 + 161}{\underset{3}{\cancel{30}}\,\cancel{x}} \quad \Big| \cdot 3$$

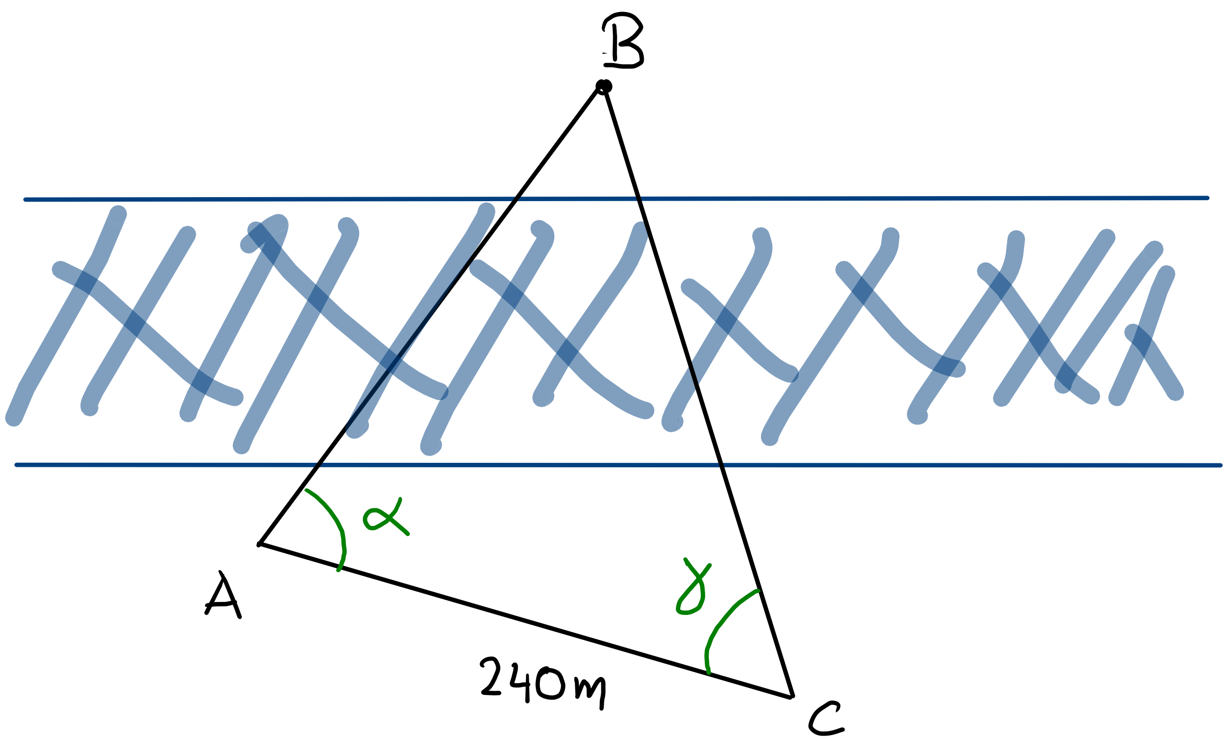
$$147 = 3x^2 + 300 - 2x^2 - 322$$

$$169 = x^2 \quad \Rightarrow \quad \underline{BD = 13}$$



1
3
4
2

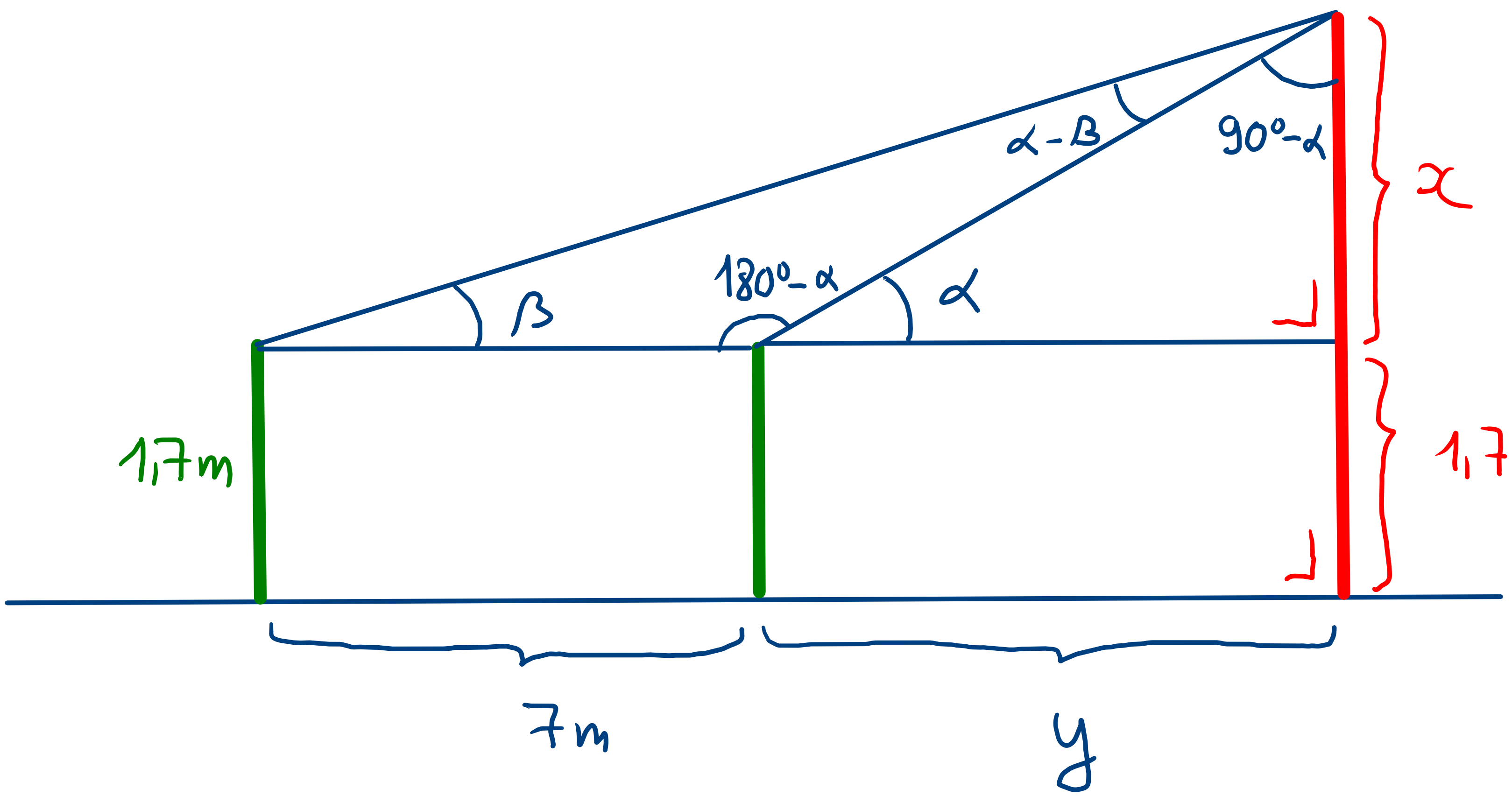
4.4.21 Pour calculer la distance séparant deux points A et B situés sur les rives opposées d'un fleuve, un géomètre choisit un point C situé sur la même rive à 240 m du point A. Il détermine alors que les angles $\angle BAC$ et $\angle ACB$ mesurent respectivement $63°24'$ et $54°6'$. Calculer la distance entre les points A et B (au cm près).



$$\widehat{BAC} = \alpha = 63°24' = 63 + \frac{24}{60}°$$

$$\widehat{ACB} = \gamma = 54°06' = 54 + \frac{6}{60}°$$

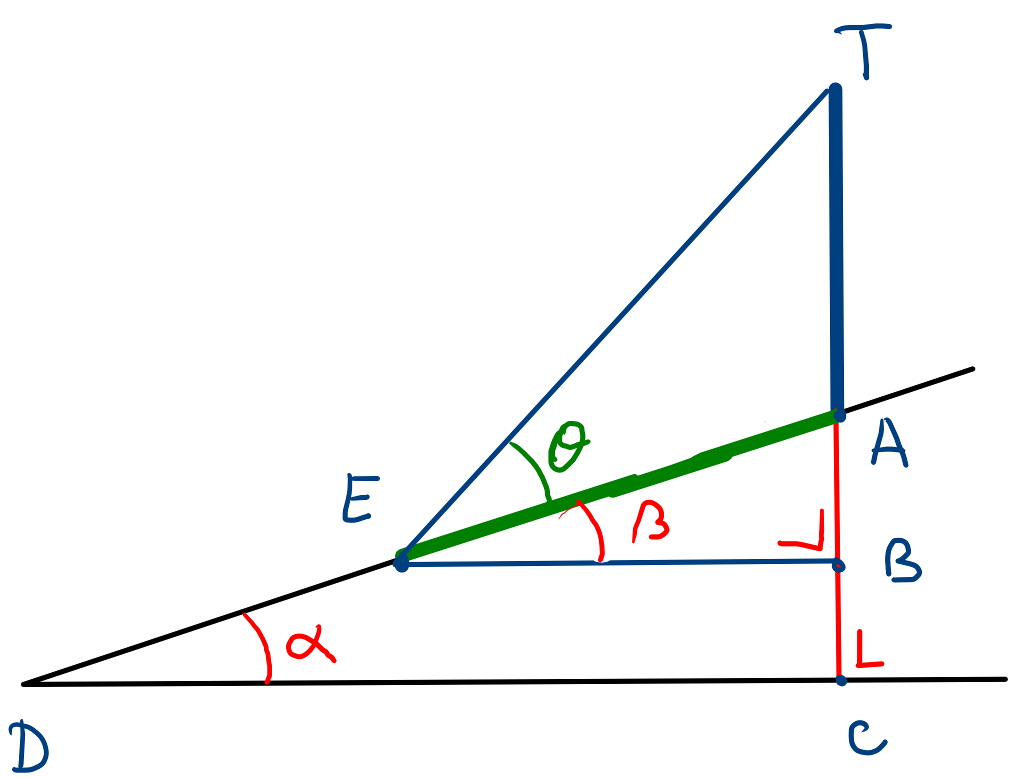
4.4.22 Pour un observateur, la direction de visée du sommet d'un pylône fait un angle de 53,6° avec l'horizontale ; en reculant de 7 m sur le sol horizontal dans le plan de visée, l'angle d'élévation n'est plus que 32°.
Quelle est la hauteur du pylône sachant que l'œil de l'observateur est à 1,7 m du sol ?



$\alpha = 53,6°$

$\beta = 32°$

4.4.23 Une tour de 50 m de haut est située sur le flanc d'une colline. Depuis le pied de la tour, on descend de 220 m le long du flanc de la colline et on mesure l'angle vertical θ sous lequel on voit la tour, soit $\theta = 12.5°$.
Calculer l'angle d'inclinaison du flanc de la colline relativement à l'horizontale.



· Calculer α

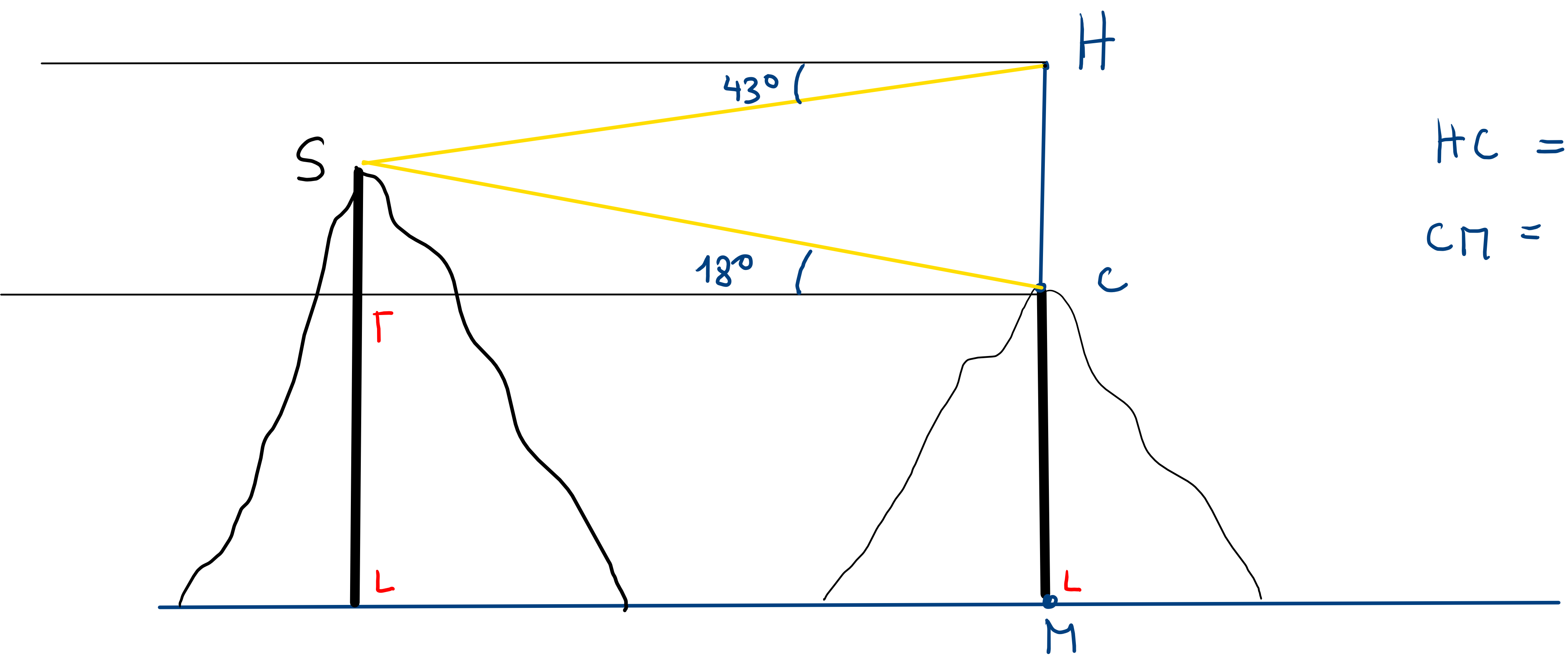
$\alpha = \beta$ correspondants

$TA = 220$ [m]

$\widehat{TEA} = \theta = 12,5°$

4.4.24 Un hélicoptère est en vol stationnaire 600 m au-dessus du sommet C d'une montagne qui culmine à 1'560 m d'altitude. Du sommet C et de l'hélicoptère, on peut voir le sommet S d'un deuxième pic plus élevé. Depuis l'hélicoptère, le sommet S est vu sous

un angle de dépression (angle vertical entre le rayon visuel descendant et l'horizontale) de 43° ; depuis le petit sommet C, on voit le sommet S sous un angle d'élévation (angle vertical entre le rayon visuel montant et l'horizontale) de 18°.
Calculer la distance entre les deux sommets, ainsi que l'altitude du sommet S.



$HC = 600$ [m]

$CM = 1560$ [m]