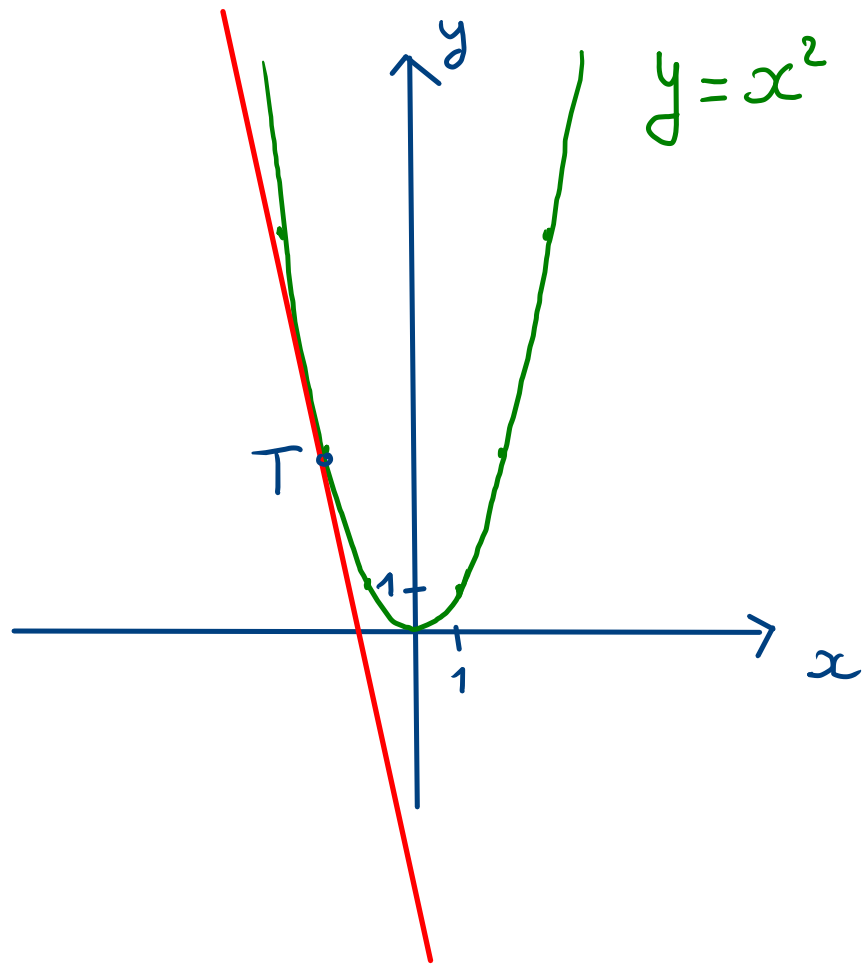


29.01.26

2.9.16 En quel point la tangente à la courbe $y = x^2$ a-t-elle une pente égale à -3?



$$f(x) = x^2$$

$$f'(x) = 2x \quad \Rightarrow \quad \underbrace{2x}_{\text{pente}} = -3$$

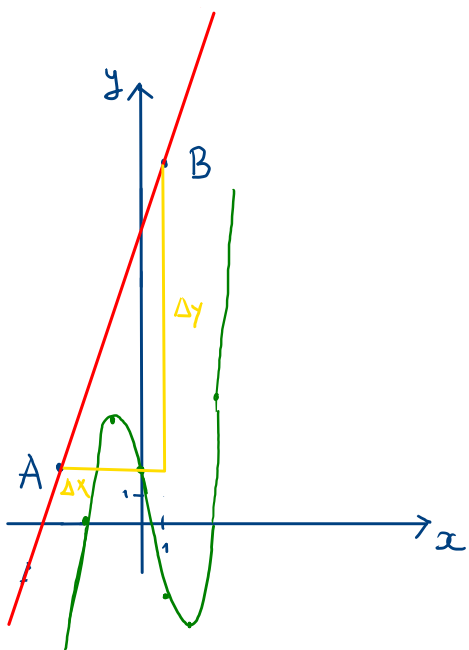
$$\Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

Point de la courbe $T\left(-\frac{3}{2}; \frac{9}{4}\right)$

2.9.17 Calculer l'abscisse des points en lesquels la tangente au graphe de

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2$$

est parallèle à la droite passant par $A(-3; 2)$ et $B(1; 14)$.



x	$f(x)$
0	2
1	-3
2	-4
-1	5
-2	$-8 - 4 + 10 + 2 = 0$
3	$27 - 9 - 15 + 2 = 5$

Le dessin montre deux solutions

Pente de la droite : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{14 - 2}{1 - (-3)} = \frac{12}{4} = 3$.

On doit déterminer x tel que $f'(x) = 3$.

$$3x^2 - 2x - 5 = 3$$

$$3x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\Delta = 4 + 96 = 100 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2 + 10}{6} = 2 \\ x_2 = \frac{2 - 10}{6} = \frac{-8}{6} = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Les abscisses cherchées sont $-\frac{4}{3}$ et 2.

2.9.18 En quels points la courbe $y = \frac{x}{x^2+9}$ a-t-elle une tangente horizontale?

$$\text{ED}(f) = \mathbb{R}$$

pente nulle

$$f(x) = \frac{x}{x^2+9}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2+9 - x \cdot 2x}{(x^2+9)^2} = \frac{9-x^2}{(x^2+9)^2} = \frac{(3-x)(3+x)}{(x^2+9)^2}$$

$$u = x \quad ; \quad u' = 1$$

$$v = x^2+9 \quad ; \quad v' = 2x$$

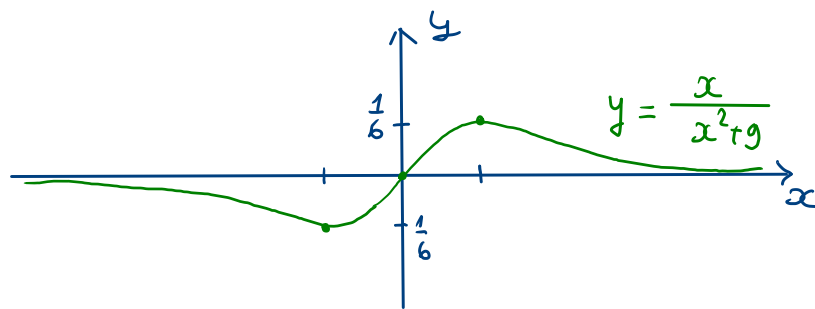
La tangente est horizontale lorsque $x = -3$ ou $x = 3$

Bonus:

x	-3	3
$f'(x)$	- 0 + 0 -	
$f(x)$	min	max

minimum: $x = -3 \quad (-3; -\frac{1}{6})$

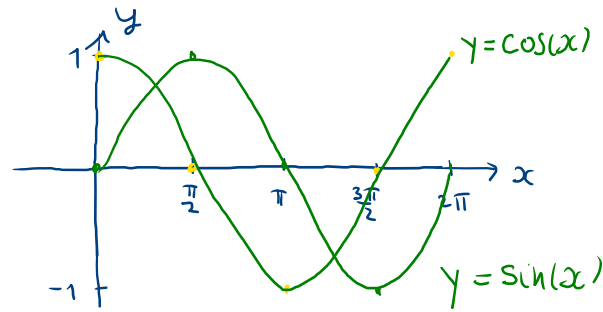
maximum: $x = 3 \quad (3; \frac{1}{6})$



2.9.19 Déterminer les abscisses en lesquelles les graphes des fonctions $f(x) = \cos(x)$ et $g(x) = \sin(x)$ admettent des tangentes parallèles dans $[0; 2\pi]$.

$$\bullet f(x) = \cos(x)$$

$$\bullet g(x) = \sin(x)$$



La condition est $f'(x) = g'(x)$ pour $x \in [0; 2\pi]$

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = -\sin(x) \\ g'(x) = \cos(x) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\sin(x) = \cos(x) \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x) \end{array}$$

Formulaire
$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin(\alpha)$

$$1^\circ) \frac{\pi}{2} + \cancel{x} = \cancel{x} + 2k\pi \quad \text{impossible}$$

$$2^\circ) \frac{\pi}{2} + x = -x + 2k\pi$$

$$2x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$\underline{x = -\frac{\pi}{4} + k\pi}$$

$$k=1; \quad x = \frac{3\pi}{4} \quad (135^\circ)$$

$$k=2; \quad x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi = \frac{7\pi}{4} \quad (315^\circ)$$

Les abscisses sont $x = \frac{3\pi}{4}$ et $x = \frac{7\pi}{4}$