03.04.19

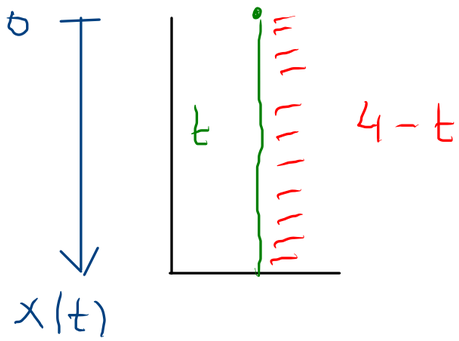
Résoudre les systèmes :

1) $\begin{cases} x - 2y - 3z = -1 \\ 2x + y + z = 6 \\ x + 3y - 2z = 13 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x + 2y - z = -7 \\ x - 2y + 2z = 0 \\ 3y + z = 17 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x + 6y - 4z = 1 \\ x + 3y - 2z = 4 \\ 2x + y - 3z = -7 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x - 3y + 2z = -3 \\ -3x + 2y + z = 1 \\ 4x + y - 3z = 4 \end{cases}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & -2 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 6 \\ 1 & 3 & -2 & 13 \end{array}\right) \qquad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right)$$

2.7.6

Lorsqu'on lâche une pierre du haut d'une falaise, elle parcourt approximativement $4.9\,t^2$ mètres en t secondes. On entend l'impact 4 secondes plus tard. Sachant que la vitesse du son est d'environ 330 m/s, estimer la hauteur de la falaise.



$$x(t) = 4.9t^2$$

$$x(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + x_0$$

1) t est le temps mis par la pierre pour toucher le sol

x hauteur de la falaise

2) $$\begin{cases} x = 4{,}9t^2 \\ x = 330(4-t) \end{cases}$$

3) $$4{,}9t^2 = 330(4-t)$$

$$4{,}9t^2 + 330t - 1320 = 0$$

$$\Delta = 330^2 + 4 \cdot 4{,}9 \cdot 1320 = 134772$$

$$\cong (367{,}1)^2$$

$$t \cong \frac{-330 \pm 367{,}1}{9{,}8} \cong \begin{cases} -71{,}1 \ [s] \\ 3{,}79 \ [s] \end{cases}$$

4) $$x \cong 4{,}9 \cdot (3{,}79)^2 \cong 70{,}27 \ [m]$$

2.7.9

Une bouteille et son bouchon coûtent 105 francs. La bouteille coûte 100 francs de plus que le bouchon. Quel est le prix du bouchon ? Quel est le prix de la bouteille ?

1) x prix bt

y prix bouchon

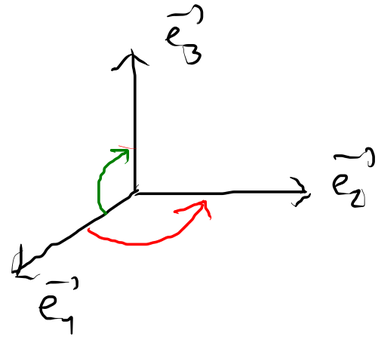
2) $\begin{cases} x + y = 105 \\ x = y + 100 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x + y = 105 \\ x - y = 100 \end{cases} \left| \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \right| \begin{matrix} 1 \\ \cdot(-1) \end{matrix}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 205 \\ 2y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 102{,}5 \\ y = 2{,}5 \end{cases}$

4) ...

Produit vectoriel



$$\vec{e_1} \times \vec{e_2} = \vec{e_3}$$

Repère orthonormé direct (positif)

$$\vec{e_1} \times \vec{e_2} = \vec{e_3} \qquad \vec{e_1} \times \vec{e_3} = -\vec{e_2} \qquad \vec{e_2} \times \vec{e_3} = \vec{e_1}$$

$$\vec{e_2} \times \vec{e_1} = -\vec{e_3} \qquad \vec{e_3} \times \vec{e_1} = e_2 \qquad \vec{e_3} \times \vec{e_2} = -\vec{e_1}$$

Propriétés

a) $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$

b) $(\lambda \vec{a}) \times \vec{b} = \vec{a} \times (\lambda \vec{b}) = \lambda(\vec{a} \times \vec{b})$

$\lambda \in \mathbb{R}$

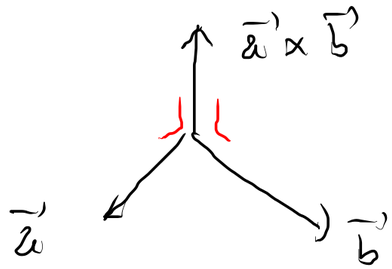
c) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) + (\vec{a} \times \vec{c})$

d) $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a}$ et $\vec{b}$ sont colinéaires

e) $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$

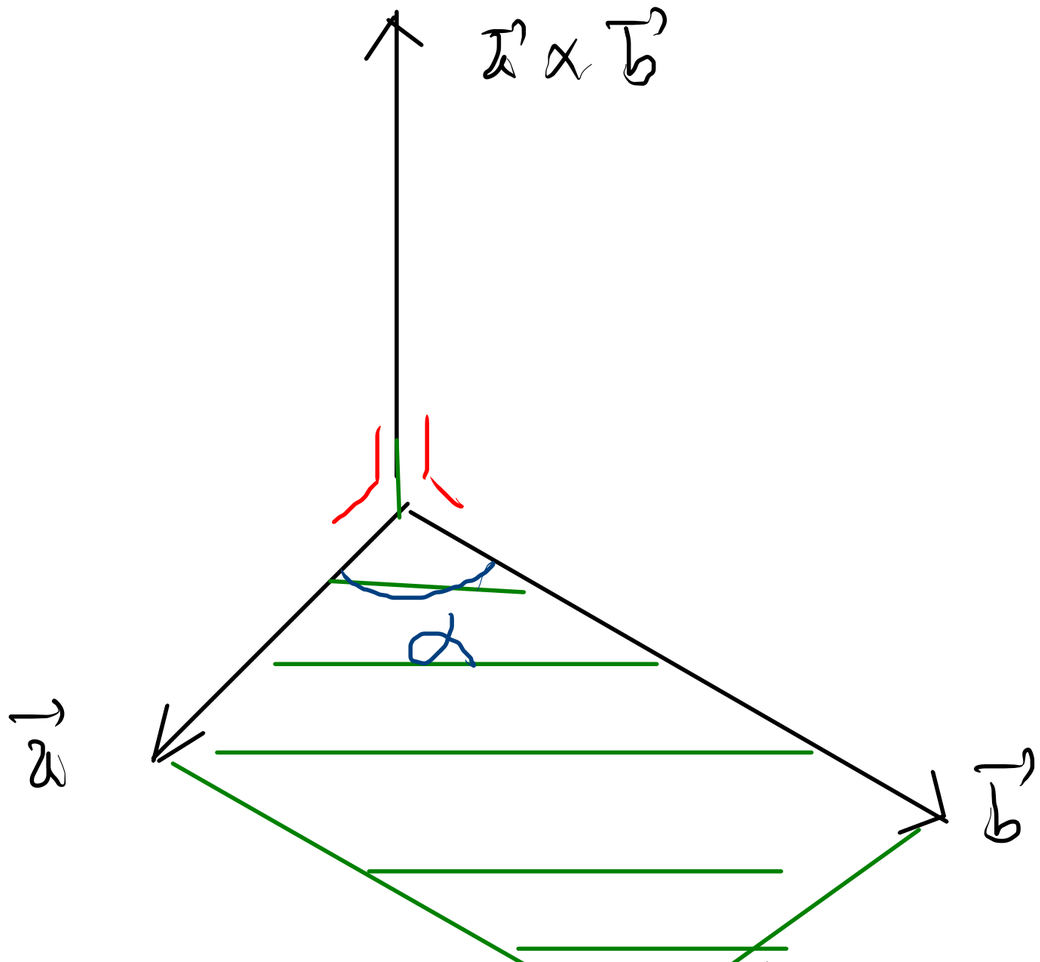
f) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{a} = 0$

$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{b} = 0$



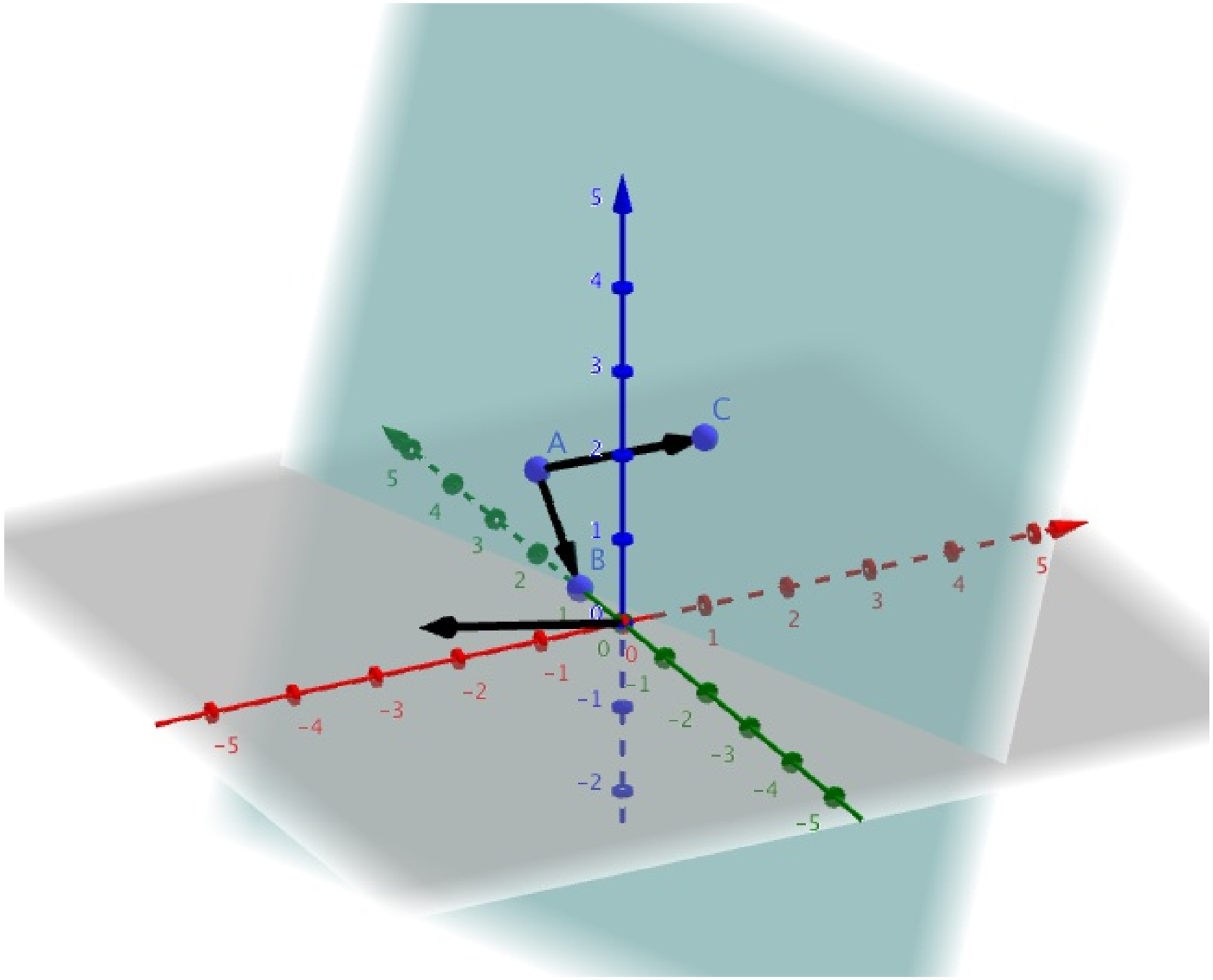
g) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\,\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\,\vec{c}$

Interprétation géométrique



$\|\vec{a} \times \vec{b}\|$ est l'aire du parallélogramme engendré par $\vec{a}$ et $\vec{b}$

$$\boxed{\|\vec{a} \times \vec{b}\| = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \sin(\alpha)}$$


A
B
C