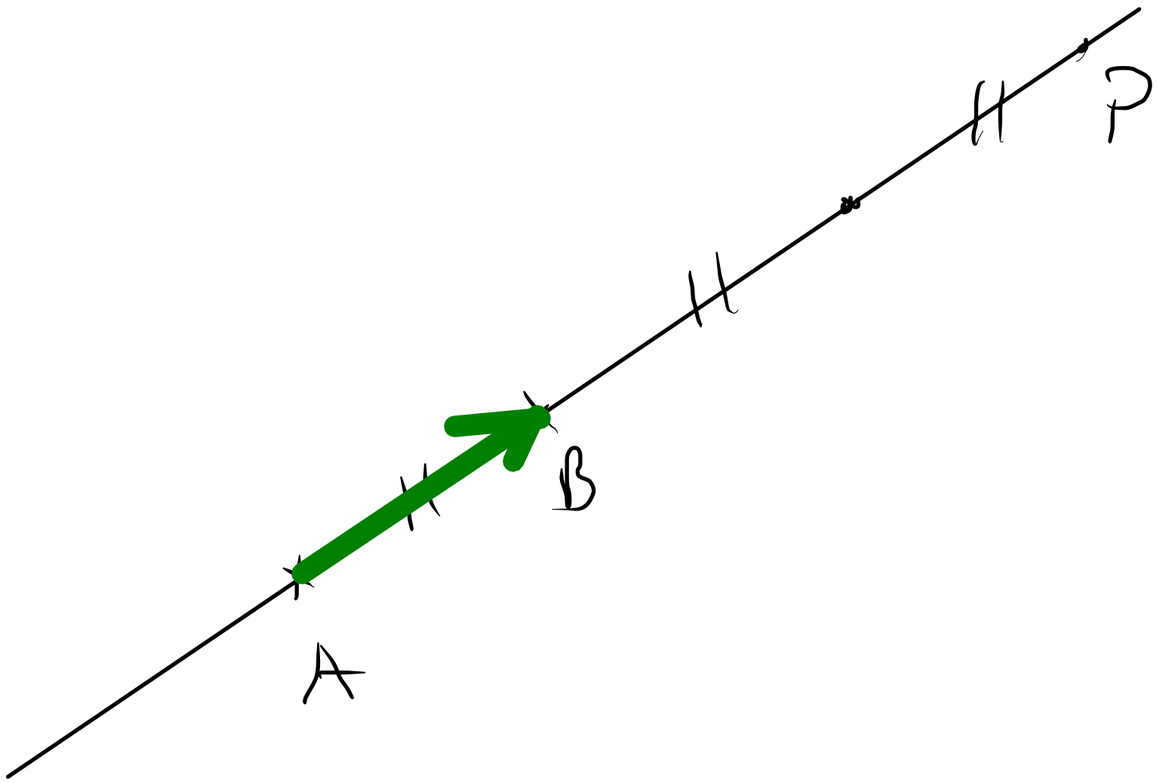
04.09.18

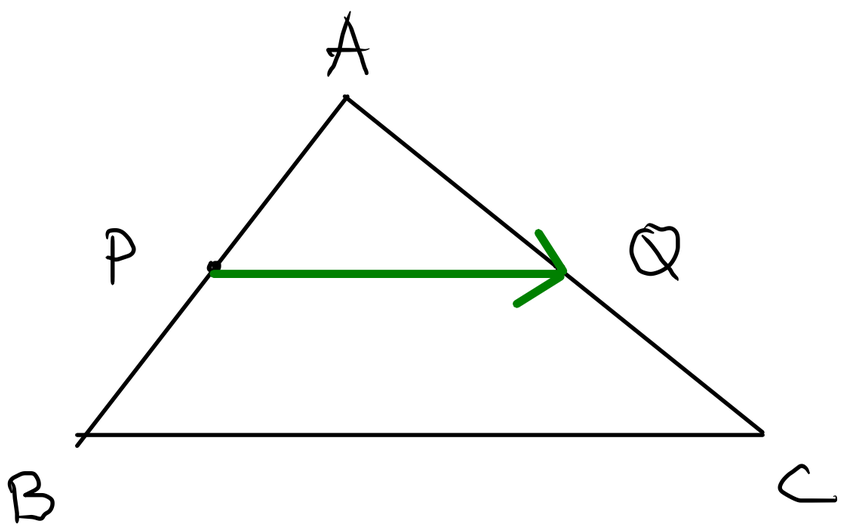
a) $\overrightarrow{AP} = 3\overrightarrow{AB}$



1.1.10 Soit ABC un triangle quelconque. Notons P le milieu de AB et Q celui de AC. Faire une figure d'étude. Le théorème du segment moyen affirme que le segment PQ est parallèle au côté BC et que sa longueur est la moitié de celle de BC.

a) Exprimer ce résultat à l'aide de vecteurs.

b) Démontrer le théorème du segment moyen par un calcul de vecteurs.



$PQ \parallel BC$

$2PQ = BC$

a) $2\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC}$

b) $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CQ}$

$=$

$2\overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{PB} + 2\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CQ}$

$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$

$= \underbrace{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}} + \overrightarrow{BC}$

$= \vec{0} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC}$

Combinaisons linéaires

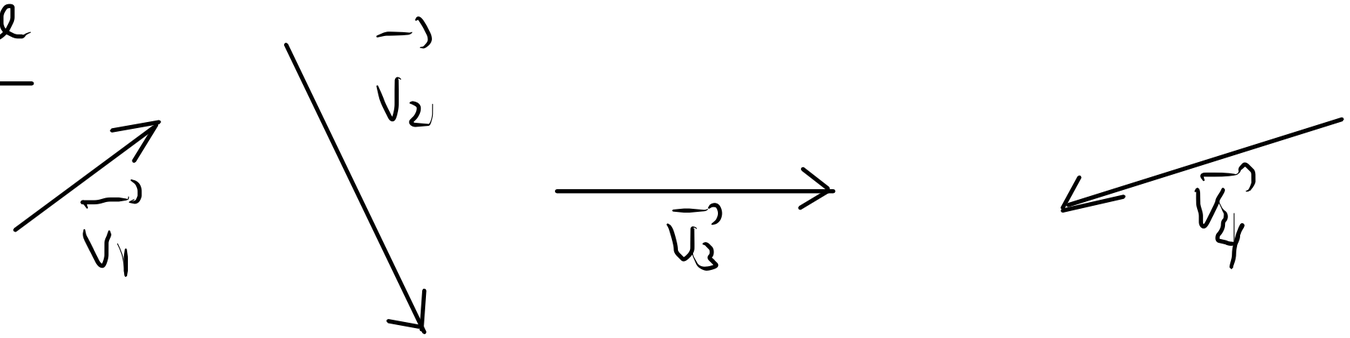
Soit $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$ où $n \in \mathbb{N}^*$.

Soit $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ des nombres réels

On appelle combinaison linéaire des vecteurs $\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_n$ de coefficients $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ le vecteur

$$\boxed{\lambda_1 \vec{v}_1 + \lambda_2 \vec{v}_2 + \dots + \lambda_n \vec{v}_n}$$

<u>Exemple</u>



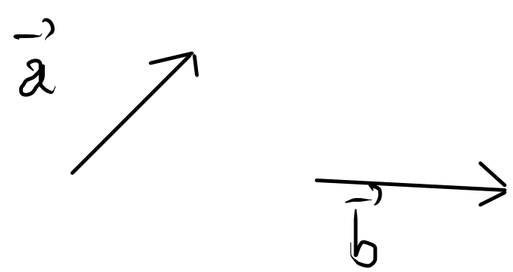
ici $n = 4$

$$2\vec{v}_1 - 4\vec{v}_2 + \sqrt{2}\,\vec{v}_3 + 0\vec{v}_4$$

Des vecteurs sont linéairement dépendants si l'un d'entre eux est une combinaison linéaire des autres.

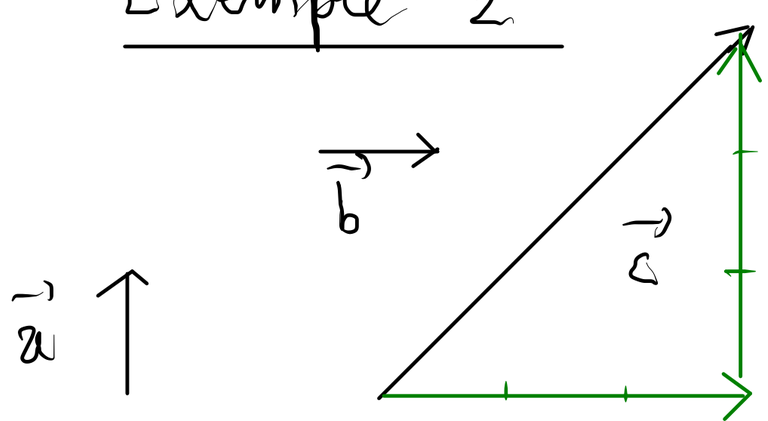
Dans le cas contraire, on dit qu'ils sont linéairement indépendants

Exemple 1



$\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont linéairement independants

Exemple 2



$\vec{c} = 3\vec{b} + 3\vec{a}$

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ linéairement dependants

$\vec{a}$ et $\vec{b}$ de V_2 sont linéairement indépendants si et seulement si

$$\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} = \vec{0} \Rightarrow \alpha = \beta = 0$$

$\vec{a}$ est <u>colinéaire</u> à $\vec{b}$ s'il existe $K \in \mathbb{R}$ tel que

$$\vec{a} = K\vec{b}$$

Demain 1.1.8 — 1.1.11