07.11.18

Norme d'un vecteur

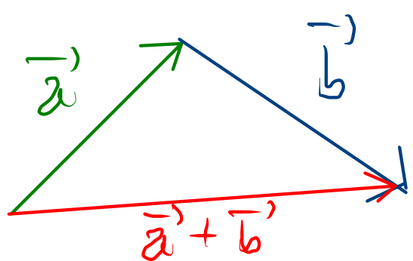
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \qquad \|\vec{a}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

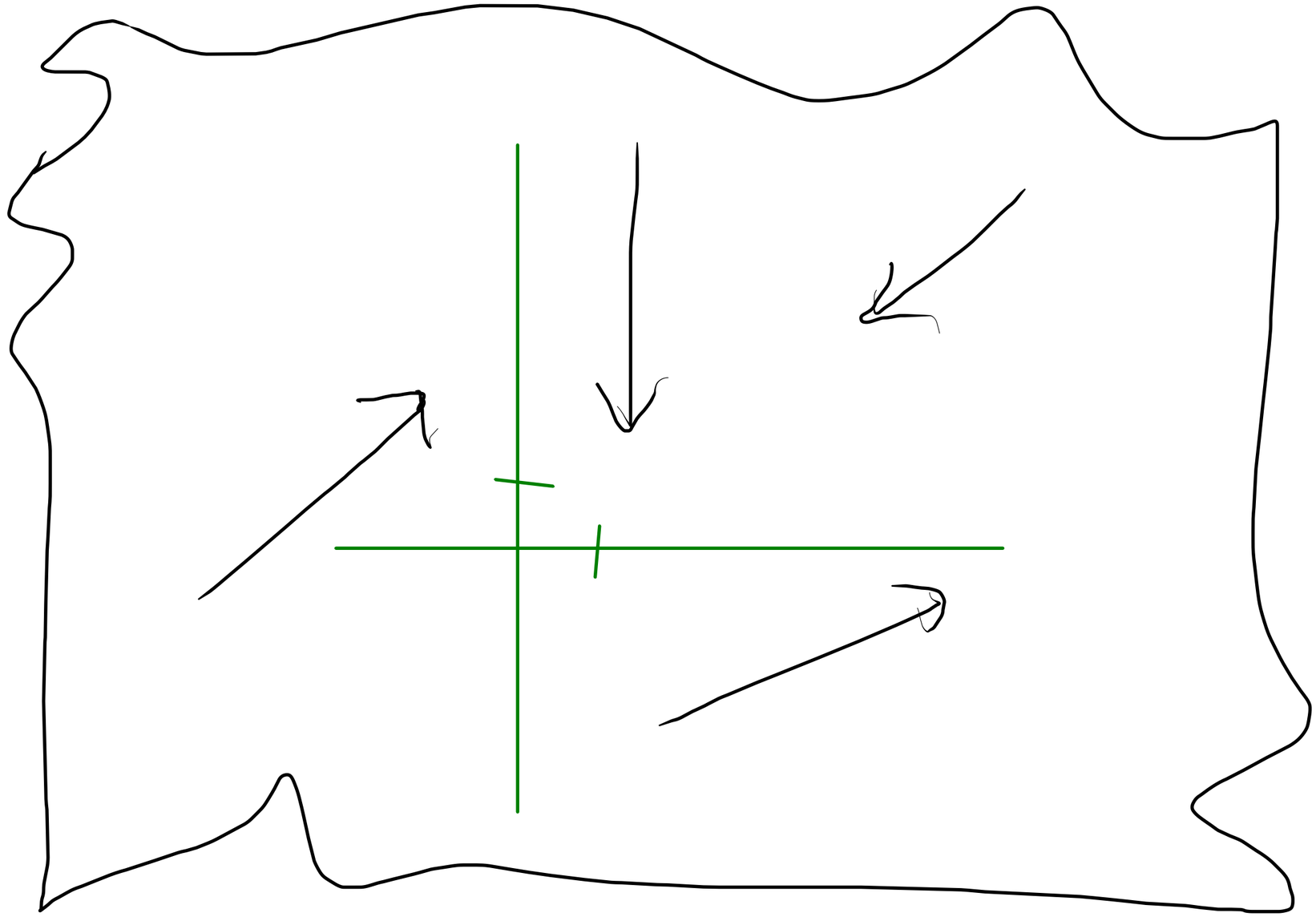
par rapport à une base orthonormée

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \qquad \|\vec{a}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

Propriétés de la norme

1) $\|\vec{a}\| \geq 0$
2) $\|\vec{a}\| = 0 \iff \vec{a} = \vec{0}$
3) $\|\lambda \vec{a}\| = |\lambda| \cdot \|\vec{a}\|$, $\lambda \in \mathbb{R}$
4) $\frac{1}{\|\vec{a}\|} \cdot \vec{a}$ est un vecteur unitaire $(\vec{a} \neq \vec{0})$
5) $\|\vec{a} + \vec{b}\| \leq \|\vec{a}\| + \|\vec{b}\|$ inégalité triangulaire





1.4.1 Calculs de normes

$\vec{a}$

$\|$

b) Etablir que les vecteurs suivants sont unitaires : $\begin{pmatrix} -1/\sqrt{5} \\ 6/\sqrt{45} \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 2/3 \\ -1/3 \\ 2/-3 \end{pmatrix}$.

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{6}{\sqrt{45}}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{36}{45}}$$

$$= \sqrt{\frac{9}{45} + \frac{36}{45}} = \sqrt{\frac{45}{45}} = \sqrt{1} = 1$$

c) On donne les vecteurs $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\vec{c} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \end{pmatrix}$. Calculer

$$\|\vec{a}\| + \|\vec{b}\| + \|\vec{c}\|; \|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\|; \|-2\vec{a}\| + 2\|\vec{a}\|; \|\vec{a}\|\vec{c}; \frac{1}{\|\vec{a}\|}\vec{a}; \left\|\frac{1}{\|\vec{a}\|}\vec{a}\right\|$$