08.01.19

2.3.11

2.3.12

2.3.15

2.3.16

2.3.18

2.3.11 Considérons le polynôme $P(x) = x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 2x + 15$. Déterminer s'il est divisible par :

a) $x - 1$ b) $x + 4$ c) $x + \frac{1}{2}$ d) $x + 1$ e) $x + 5$ f) $x - 3$

En déduire une factorisation de $P(x)$.

a) $x - 1 = 0 \iff x = 1$

$x - 1 \mid P \iff P(1) = 0$

$P(1) = 1 + 2 - 16 - 2 + 15 = 0 \Rightarrow \boxed{x - 1 \mid P}$

b) $P(-4) = (-4)^4 + 2 \cdot (-4)^3 - 16(-4)^2 - 2 \cdot (-4) + 15$

$= -105 \neq 0$

c) $P(-\frac{1}{2}) \neq 0$

d) $P(-1) = 0 \Rightarrow \boxed{x + 1 \mid P}$

e) $P(-5) = 0 \Rightarrow \boxed{x + 5 \mid P}$

f) $P(3) = 0 \Rightarrow \boxed{x - 3 \mid P}$

$$\boxed{P = (x-1)(x+1)(x+5)(x-3)}$$

$$P = x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$$

Les zéros entiers de P apparaissent parmi les diviseurs de a_0

$$P = x^n + \dots + 24$$

$$\pm 1 ; \pm 2 ; \pm 3 ; \pm 4 ; \pm 6 ; \pm 8 ; \pm 12 ; \pm 24$$

$$\uparrow$$

$$3$$

2.3.12 Trouver les zéros entiers du polynôme

a) $2x^3 - 14x + 12$,

b) $x^4 - 6x^3 + x - 6$.

b) $P = x^4 - 6x^3 + x - 6$

$\pm 1 ; \pm 2 ; \pm 3 ; \pm 6$

$P(1) = 1 - 6 + 1 - 6 \neq 0$

$P(-1) = 1 + 6 - 1 - 6 = 0 \Rightarrow x + 1 \mid P$

$P(2) = 2^4 - 6 \cdot 2^3 + 2 - 6$

$= 16 - 48 + 2 - 6 \neq 0$

$P(-2) \neq 0$

$P(6) = 6^4 - 6 \cdot 6^3 + 6 - 6 = 0 \Rightarrow x - 6 \mid P$

Effectuons la division de P par $x+1$

et par $x - 6$

$$
\begin{array}{rrrrr|l}
x^4 & -6x^3 & & +x & -6 & x+1 \\
\cline{6-6}
-\ x^4 & +x^3 & & & & x^3-7x^2+7x-6 \\
\cline{1-2}
 & -7x^3 & & & & \\
 & -\ -7x^3 & -7x^2 & & & \\
\cline{2-3}
 & & 7x^2 & +x & & \\
 & & -\ 7x^2 & +7x & & \\
\cline{3-4}
 & & & -6x & -6 & \\
 & & & -\ -6x & -6 & \\
\cline{4-5}
 & & & & 0 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l|l}
x^3 - 7x^2 + 7x - 6 & x - 6 \\
\hline
x^3 - 6x^2 & x^2 - x + 1 \\
\hline
\quad -x^2 + 7x & \\
\quad -x^2 + 6x & \\
\hline
\qquad\qquad x - 6 & \\
\qquad\qquad x - 6 & \\
\hline
\qquad\qquad 0 &
\end{array}
$$

Donc $\boxed{P = (x+1)(x-6)\underbrace{(x^2 - x + 1)}_{\Delta < 0}}$

pas factorisable

2.3.12 Trouver les zéros entiers du polynôme

a) $2x^3 - 14x + 12$,

$$P = 2\underbrace{(x^3 - 7x + 6)}_{T}$$