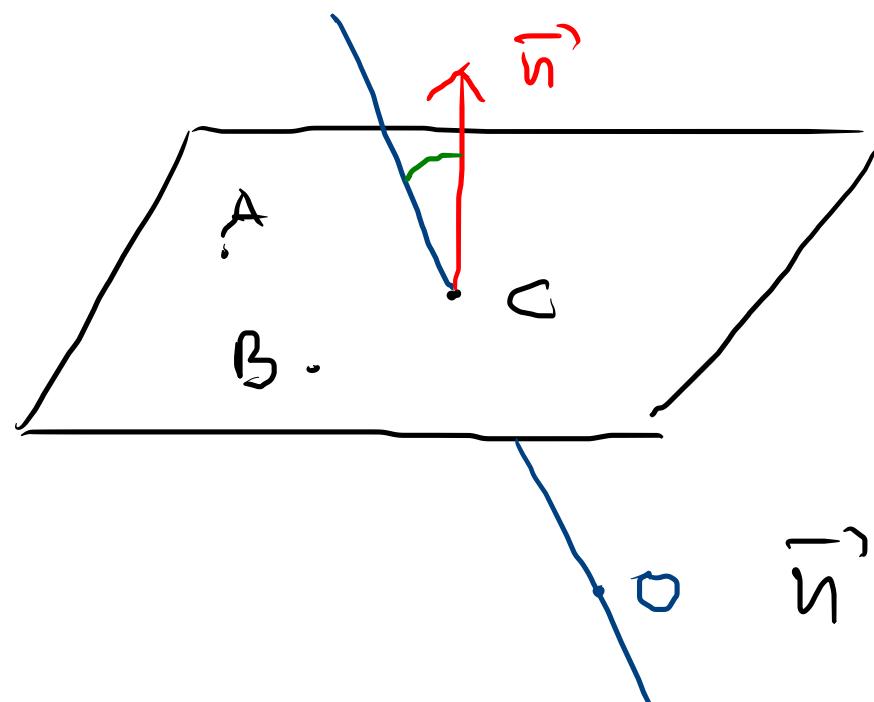


1.5.5 Calculer l'angle aigu que forme la droite OC avec le plan ABC , dans les cas suivants :

- a) $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$ et $C(2; 2; -4)$.



$$\vec{OC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{CA} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \vec{CB} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

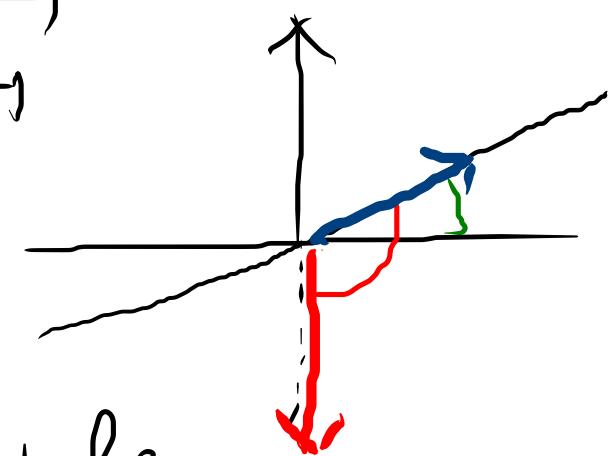
$$\vec{n} = \vec{CA} \times \vec{CB} = \begin{pmatrix} -8 + 4 \\ -8 - 4 \\ 1 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

L'angle que forme \vec{n} et \vec{OC}

$$\cos(\varphi) = \frac{\vec{n} \cdot \vec{OC}}{\|\vec{n}\| \cdot \|\vec{OC}\|} = \frac{-8 - 8 + 12}{\sqrt{41} \cdot \sqrt{24}}$$

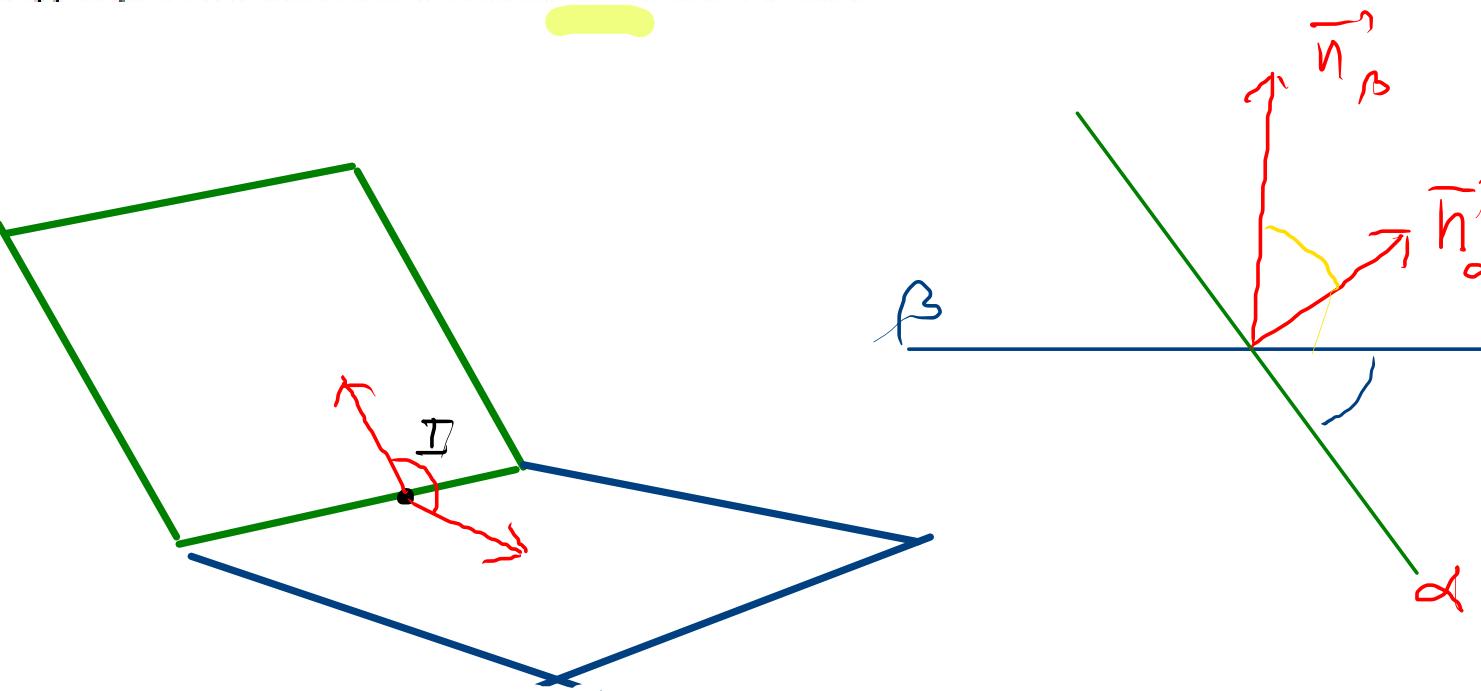
$$\approx -0,12751$$

$\varphi \approx 97,33^\circ$, donc l'angle entre le plan et la droite est égal à $7,33^\circ$.



1.5.6 On donne un tétraèdre de sommets $A(1; -5; 2)$, $B(3; -6; 0)$, $C(-3; 6; 15)$ et $D(6; 5; -3)$.

a) Calculer l'angle aigu que forment les faces ABC et ABD .



L'angle entre deux plans est défini comme étant l'angle entre les vecteurs normaux à ces plans

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{AC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 11 \\ 13 \end{pmatrix}; \quad \vec{AD} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ -5 \end{pmatrix} = 5 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n}_1 = \vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{pmatrix} 9 \\ -18 \\ 18 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n}_2 = \vec{AB} \times \vec{AD} \approx \begin{pmatrix} 25 \\ 0 \\ 25 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\cos(\varphi) = \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \frac{3}{\cancel{3} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\varphi = 45^\circ$$