2.3.23 14.01.19

d) $x^5 - 3x^4 - 21x^3 + 43x^2 + 96x - 180 = P$

$p(1) = 1 - 3 - 21 + 43 + 96 - 180 \neq 0$

$p(-1) = -1 - 3 + 21 + 43 - 96 - 180 \neq 0$

$\boxed{p(2) = 32 - 48 - 168 + 172 + 192 - 180 = 0}$

Divisons p par $x - 2$:

	1	−3	−21	43	96	−180
2		2	−2	−46	−6	180
	1	−1	−23	−3	90	0

$$p = (x-2)\underbrace{(x^4 - x^3 - 23x^2 - 3x + 90)}_{P_1}$$

$P_1(2) = 16 - 8 - 92 - 6 + 90 = 0$

Divisons P_1 par $x - 2$

	1	−1	−23	−3	90
2		2	2	−42	−90
	1	1	−21	−45	0

$$p = (x-2)^2\underbrace{(x^3 + x^2 - 21x - 45)}_{P_2}$$

$$p = (x-2)^2 \underbrace{(x^3 + x^2 - 21x - 45)}_{p_2}$$

$$p_2(3) = 27 + 9 - 63 - 45 \neq 0$$

$$p_2(-3) = -27 + 9 + 63 - 45 = 0$$

Divisons p_2 par $x+3$:

	1	1	-21	-45
-3		-3	6	45
	1	-2	-15	0

$$p = (x-2)^2 (x+3)(x^2 - 2x - 15)$$

$$= (x-2)^2 (x+3)(x-5)(x+3)$$

Finalement, on obtient :

$$\boxed{p = (x-5)(x-2)^2 (x+3)^2}$$

$$p = 4x^3 + \dots + 36$$

Théorème fondamental de l'algèbre

Tout polynôme $p \in \mathbb{R}[x]$ se décompose en facteurs du type :

1. $x + b$, avec $a \neq 0$
2. $ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$ et $b^2 - 4ac < 0$

Ces polynômes sont dits premiers dans $\mathbb{R}[x]$

Factorisons le trinôme du 2ème degré

1) $p = x^2 - 6x + 8$

Cherchons, s'ils existent, les zéros de p :

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$\underbrace{x^2 - 6x + 3^2}_{(x-3)^2} = -8 + 3^2$$

$$(x - 3)^2 = 1$$

$$(x-3)^2 - 1^2 = 0$$

$$(x - 3 - 1)(x - 3 + 1) = 0$$

$$(x - 4)(x - 2) = 0$$

2) $p = x^2 - 6x + 7$

$$x^2 - 6x + 9 = -7 + 9$$

$$(x-3)^2 = 2$$

$$(\underbrace{x-3}_{A})^2 - (\underbrace{\sqrt{2}}_{B})^2 = 0$$

$$(x-3-\sqrt{2})(x-3+\sqrt{2}) = 0$$

Les zéros de p : $3+\sqrt{2}$ et $3-\sqrt{2}$

3) $p = x^2 - 6x + 13$

$$x^2 - 6x = -13$$

$$(x-3)^2 = -13 + 9$$

$$(x-3)^2 = -4$$

$$(x-3)^2 + 4 = 0$$

Equations impossible, p n'est pas factorisable