i) $x^{3m+2} - 2\,x^{m+2}y^{m} + x^{2m}y^{m+3} - 2\,y^{2m+3}$ avec $m \in \mathbb{N}^*$

$$x^{m+2}\left(x^{2m} - 2y^{m}\right) + y^{m+3}\left(x^{2m} - 2y^{m}\right)$$

$$\left(x^{2m} - 2y^{m}\right)\left(x^{m+2} + y^{m+3}\right)$$

17.12.18

bicarré

c) $x^8 - 257x^4 + 256$

$$\left(x^4\right)^2 - 257\left(x^4\right) + 256 \quad ; \quad x^4 = y$$

$$y^2 - 257y + 256$$

$$= (y - 256)(y - 1)$$

$$\Rightarrow (x^4 - 256)(x^4 - 1)$$

$$(x^2 - 16)(x^2 + 16)(x^2 - 1)(x^2 + 1)$$

$$(x-4)(x+4)(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^2+16)$$

Généralités

On note $\mathbb{R}[x]$ l'ensemble des polynômes en x.

$p \in \mathbb{R}[x]$ s'écrit

$$p = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

avec $a_n, a_{n-1}, \dots, a_0 \in \mathbb{R}$, et $a_n \neq 0$

- a_n est le facteur dominant
- n est le degré du polynôme
- a_0 est le terme constant

Division euclidienne dans $\mathbb{N}$

Dividende	diviseur
2019	11
-11	1
91	
-88	8
39	
-33	3
6	183
reste	quotient

$$\boxed{2019 = 183 \times 11 + 6}$$

Théorème

Pour tout $D, d \in \mathbb{N}^*$, il existe deux nombres uniques q et r tels que :

1) $D = q \cdot d + r$
2) $0 \leq r < d$

Nous allons voir comment effectuer la même opération dans $\mathbb{R}[x]$

Posons $D = x^2 + 5x + 7$
et $d = x$

$$
\begin{array}{rrr|l}
x^2 & +5x & +7 & x \\
\cline{4-4}
-x^2 & & & x \\
\cline{1-1}
0 & +5x & & +5 \\
- & 5x & & \\
\cline{2-2}
 & 0 & 7 &
\end{array}
$$

$$x^2 + 5x + 7 = (\underbrace{x + 5}_{\text{quotient}})\,x + (\underbrace{7}_{\text{reste}})$$

$$
\begin{array}{rl|l}
 & x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 & x + 1 \\
\hline
- & x^5 + x^4 & x^4 \\
\hline
 & 0 + x^3 + x^2 & + x^2 \\
 & - \quad x^3 + x^2 & \\
\hline
 & 0 + x + 1 & + 1 \\
 & x + 1 & \\
\hline
 & 0 &
\end{array}
$$

$$x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = (x^4 + x^2 + 1)(x + 1)$$

a) $A(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 5$ $\qquad$ $B(x) = x - 5$

$$
\begin{array}{rl|l}
 & x^3 - 8x^2 + 16x - 5 & x - 5 \\
\hline
- & x^3 - 5x^2 & x^2 - 3x + 1 \\
\hline
 & -3x^2 + 16x & \\
- & -3x^2 + 15x & \\
\hline
 & x - 5 & \\
 & x - 5 & \\
\hline
 & 0 &
\end{array}
$$

$$x^3 - 8x^2 + 16x - 5 = (x^2 - 3x + 1)(x - 5) + 0$$

$$x^3 - 5x^2 - 3x^2 + 15x + x - 5$$