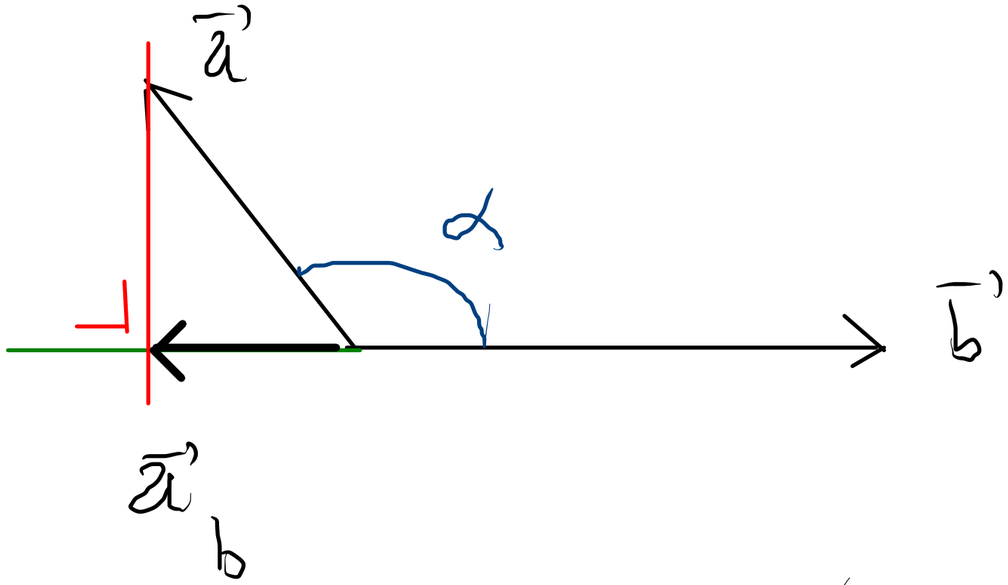
28.11.18

1.4.25 Calculer la projection $\vec{a}'$ de $\vec{a}$ sur $\vec{b}$, ainsi que la projection $\vec{b}'$ de $\vec{b}$ sur $\vec{a}$, si :

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \end{pmatrix}$



$$\vec{a}_b = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{b}\|} \frac{\vec{b}}{\|\vec{b}\|} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{b}\|^2} \vec{b}$$

$$\vec{a}_b = \frac{18 - 18}{\|\vec{b}\|} \vec{b} = \vec{0}$$

c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$

$$\vec{a}_b = \frac{2 + 0 + 6}{\left(\sqrt{4+9}\right)^2} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$$

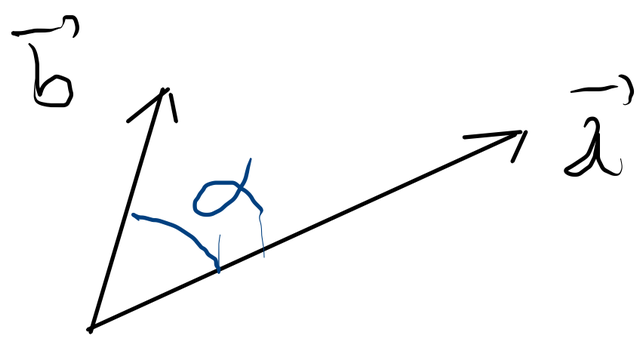
$$= \frac{8}{13} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16/13 \\ 0 \\ -24/13 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b}_a = \frac{8}{9} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

1.4.26 Indiquer si l'angle formé par les deux vecteurs est aigu, obtus ou droit :

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

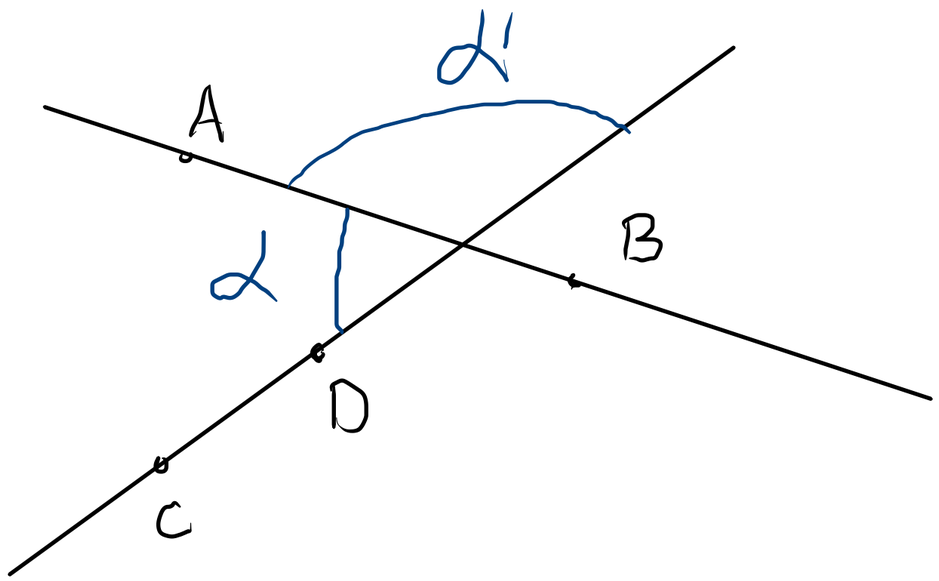
b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$



$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|} = \frac{-1}{1 \cdot \sqrt{3}} = \frac{-1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \alpha \cong 125.264389682754654^{\circ}$$

1.4.28 Calculer l'angle aigu formé par les droites AB et CD, si $A(1;5)$, $B(7;3)$, $C(2;1)$ et $D(-3;1)$.



$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\cos(\alpha') = \frac{-30 + 0}{\sqrt{40} \cdot 5} = \frac{-\cancel{30}^{\,6}}{\cancel{5}_{\,1}\sqrt{40}}$$

$$= \frac{-6}{\sqrt{40}} = -0.948683298050514$$

$$\alpha' \cong 161.565051177077989\,°$$

ou $\alpha \cong 18,43°$

1.4.30 L'aire du triangle ABC vaut 3 et le centre de gravité de ce triangle est situé sur l'axe Ox. Calculer le sommet C, connaissant $A(3;1)$ et $B(1;-3)$.

Posons $G(\alpha ; 0)$ le centre de gravité.

Posons $C(c_1, c_2)$

(2) $\alpha = \dfrac{3+1+c_1}{3}$

$0 = \dfrac{1+(-3)+c_2}{3} \Rightarrow \dfrac{c_2-2}{3} = 0$

$\Rightarrow c_2 = 2$

(1) $\mathcal{A}(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \left| \left| (\vec{AB}, \vec{AC}) \right| \right|$

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$

$\vec{AC} = \begin{pmatrix} c_1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1-3 \\ 1 \end{pmatrix}$

$3 = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} -2 & c_1-3 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} \right|$ VA det

$6 = \left| -2 + 4(c_1-3) \right|$

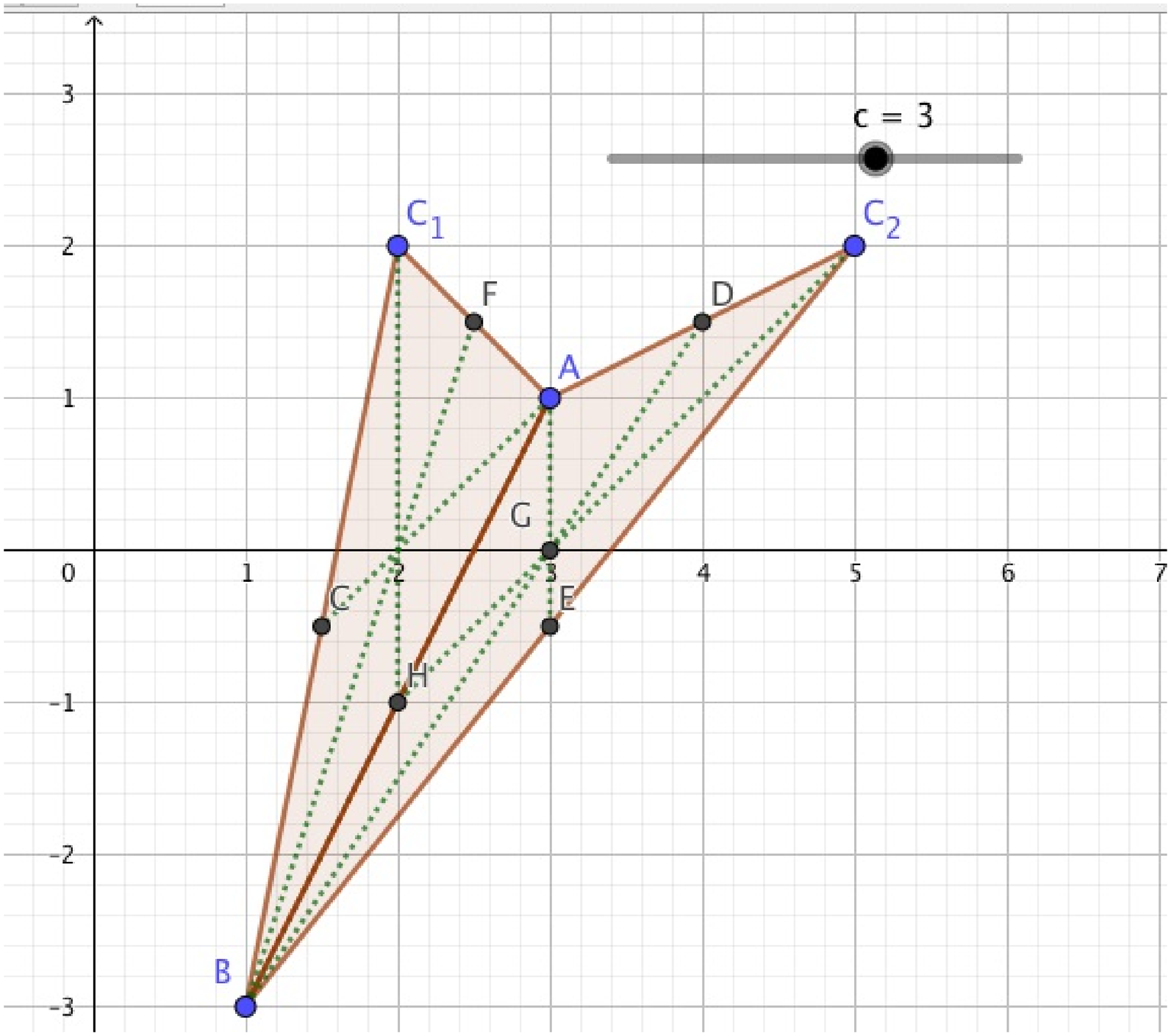
$6 = \left| -14 + 4c_1 \right|$

$|4c_1 - 14| = 6$

$\boxed{c_1 = \begin{cases} \\ 5 \end{cases}}$

1) $4c_1 - 14 = 6 \Rightarrow c_1 = 5$

2) $4c_1 - 14 = -6 \Rightarrow c_1 = 2$


c = 3
C1
C2
F
D
A
G
C
E
H
B
0
1
2
3
4
5
6
7
-1
-2
-3

2.1.11 Vérifier les égalités suivantes.

a) $(2x-3y)^2-(3x-2y)^2=5(y-x)(x+y)$

b) $(ax+by)^2+(ay-bx)^2=(a^2+b^2)(x^2+y^2)$

c) $2(x+y)^2-(x+2y)^2=(x+y)(x-y)-y^2$

d) $(x-1)(x-2)(x-4)+x(x-2)=(x-2)^3$

a) $4x^2-12xy+9y^2-(9x^2-12xy+4y^2)=$

$4x^2-12xy+9y^2-9x^2+12xy-4y^2=$

$-5x^2+5y^2$

$5(y-x)(x+y)=5(y-x)(y+x)$

$=5(y^2-x^2)$

$=-5x^2+5y^2$

DÉVELOPPER

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

FACTORISER

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$
$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$
$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$
$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

Triangle de Pascal

$(a+b)^0$			1			
$(a+b)^1$		1		1		
$(a+b)^2$	1		2		1	
$(a+b)^3$	1		3		3	1
$(a+b)^4$	1	4		6	$\boxed{4}$	1
$(a+b)^5$	1	5	10	10	5	1
	a^5	a^4b	a^3b^2	a^2b^3	ab^4	b^5

2.1.6 Soit $p(x) = 2\,x^3 - 3\,x^2 + 5\,x - 1$ et $q(x) = 3\,x^3 + 2\,x^2 - 4\,x + 2$. Déterminer

a) le polynôme $p + q$

b) le degré du polynôme $p \cdot q$, ainsi que le coefficient de son terme de degré 4.

$p \cdot q$	$2x^3$	$-3x^2$	$5x$	-1
$3x^3$	$6x^6$	$-9x^5$	$15x^4$	
$2x^2$	$4x^5$	$-6x^4$		
$-4x$	$-8x^4$			
$+2$	$4x^3$			

$(+8 - 6 + 15)\,x^4 = \qquad x^4$

$$\left(2\,x^3 - 3\,x^2 + 5\,x - 1\right)\left(3\,x^3 + 2\,x^2 - 4\,x + 2\right)$$

4 x 4