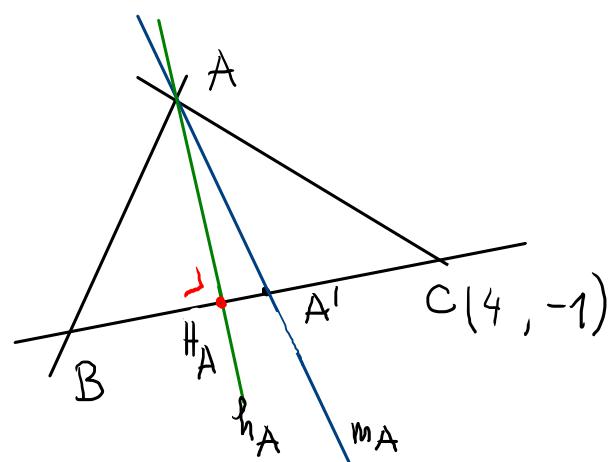


3.1.25 Déterminer les équations cartésiennes des côtés d'un triangle ABC connaissant $C(4; -1)$, ainsi que les équations d'une hauteur h : $2x = 3y - 12$ et d'une médiane m : $2x + 3y = 0$ issues d'un même sommet.



$$(h) : 2x - 3y + 12 = 0$$

$$(m) : 2x + 3y = 0$$

$C \notin h$ et $C \notin m$

Donc, on peut supposer : $h = h_A$ et $m = m_A$

$$\textcircled{1} \quad \text{Déterminons } A : \begin{cases} h_A \\ m_A \end{cases} \begin{cases} 2x - 3y = -12 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = -12 \\ y = -\frac{2}{3}x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases} \boxed{A(-3; 2)}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{Côté } BC : BC \perp h_A, \text{ donc } (BC) : 3x + 2y + c = 0$$

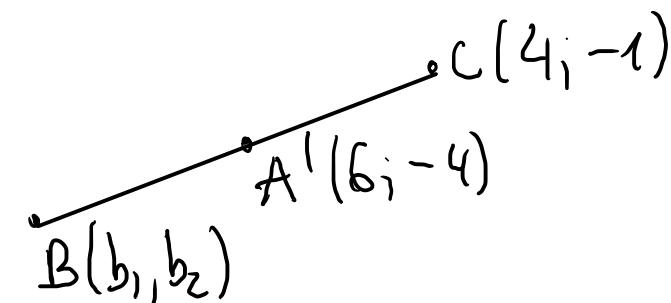
$$C \in BC : 12 - 2 + c = 0 \Rightarrow c = -10$$

$$\boxed{(BC) : 3x + 2y - 10 = 0}$$

$$\textcircled{3} \quad \text{Déterminons } A' \text{, milieu de } BC : \left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y - 10 = 0 \\ 2x + 3y = 0 \end{array} \right| \begin{array}{l} \cdot 3 \\ \cdot (-2) \end{array} \left| \begin{array}{l} \cdot 2 \\ \cdot (-3) \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 5x = 30 \\ -5y = 20 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 6 \\ y = -4 \end{array} \right. \boxed{A'(6; -4)}$$

④ Déterminons B :



$$6 = \frac{4+b_1}{2} \quad \text{et} \quad -4 = \frac{-1+b_2}{2}$$

$$\Rightarrow b_1 = 8 \quad \text{et} \quad b_2 = -7$$

$$B(8, -7)$$

⑤ Droite AB :

$$\frac{y+7}{x-8} = \frac{2+7}{-3-8} = \frac{9}{-11}$$

$$\Leftrightarrow 9(x-8) = -11(y+7)$$

$$9x + 11y - 72 + 77 = 0$$

$$(AB) : 9x + 11y + 5 = 0$$

⑥ Droite AC :

$$\frac{y-2}{x+3} = \frac{-1-2}{4+3} = \frac{-3}{7}$$

$$\Leftrightarrow -3(x+3) = 7(y-2)$$

$$-3x - 7y - 9 + 14 = 0$$

$$3x + 7y - 5 = 0$$