

Révision sur les nombres complexes

Exercice 1

Mettre sous la forme $a + ib$ ($a, b \in \mathbb{R}$) les nombres :

$$\frac{3 + 6i}{3 - 4i} ; \quad \frac{\cos(t) + \sin(t)i}{\cos(t) - \sin(t)i} ; \quad \left(\frac{1+i}{2-i}\right)^2 + \frac{3+6i}{3-4i} ; \quad \frac{2+5i}{1-i} + \frac{2-5i}{1+i}.$$

Exercice 2

Ecrire sous la forme $a + ib$ les nombres complexes suivants :

a) Nombre de module 2 et d'argument $\frac{\pi}{3}$.

b) Nombre de module 3 et d'argument $-\frac{3\pi}{4}$.

Exercice 3

Trouver les racines carrées de $3 - 4i$ et de $24 - 10i$.

Exercice 4

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^3 = \frac{1}{4}(-1 + i)$ et montrer qu'une seule de ses solutions a une puissance quatrième réelle.

Exercice 5

Trouver les racines cubiques de $2 - 2i$ et de $11 + 2i$.

Exercice 6

En utilisant les nombres complexes, calculer $\cos(5\theta)$ et $\sin(5\theta)$ en fonction de $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$.

Exercice 7

Résoudre dans \mathbb{C} le système d'équations ci-dessous :

$$\begin{cases} (3+i)z - (1-2i)w = -4+i \\ (1-i)z + (1+i)w = 2-10i \end{cases}$$

Exercice 8

Résoudre dans \mathbb{C} les équations ci-dessous :

a) $z^2 - (14 + 5i)z + 2(12 + 5i) = 0$

b) $x^4 - 30x^2 + 289 = 0$

c) $z^3 + 3z - 2i = 0$

d) $(1+i)z^2 - (3+i)z = 6-4i$