Suites – Révision II**Exercice 1**

Démontrer, en utilisant la définition, que la suite (u_n) définie par $u_n = \frac{-4n + 6}{9n + 12}$, pour $n \geq 0$, converge vers $\frac{-4}{9}$.

Exercice 2

Soit la suite $S_n = \sum_{k=0}^n \frac{5}{3^k}$ pour $n \geq 1$. Calculer $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$.

Exercice 3

Une suite récurrente est définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{5 + 4u_n}, \text{ si } n \geq 1 \end{cases}$.

- Montrer que $u_n < 5$, pour tout $n \geq 0$.
- Montrer que $u_{n+1}^2 - u_n^2 = (5 - u_n)(1 + u_n)$, puis en déduire que la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ est croissante.
- Prouver que la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ est convergente et calculer sa limite.

Exercice 4

Une suite récurrente est définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{3}{4 - u_n}, \text{ si } n \geq 1 \end{cases}$.

- Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , u_n existe et $1 < u_n < 3$.
- Pour tout entier naturel n , on pose $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n - 3}$
 - Montrer que la suite $(v_n)_{n \geq 0}$ est géométrique. Préciser son premier terme et sa raison.
 - Déterminer v_n en fonction de n .
 - En déduire u_n en fonction de n .