01.05.20

**3.1.14** Déterminer, dans chacun des cas, l'équation cartésienne de la parallèle à la droite $d$ passant par $A$ :

a) $d : 7x - 6y = 7$ $\qquad A(1;1)$

$(d) : 7x - 6y - 7 = 0$

Famille de droites parallèles à $d$ :

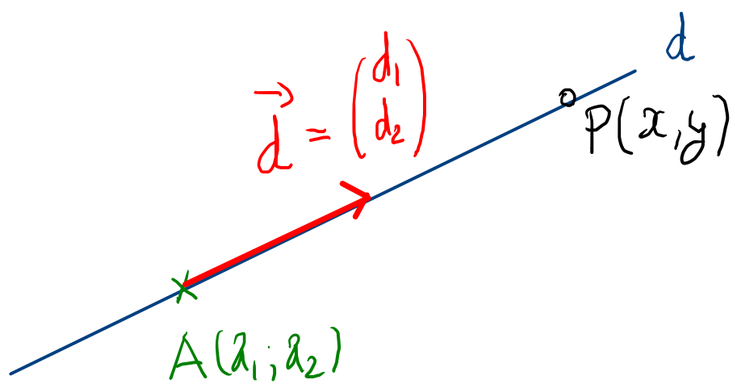
$(p_c) : 7x - 6y + c = 0$

$A \in p : \quad 7 \cdot 1 - 6 \cdot 1 + c = 0$

$c = -1$

$(p) : 7x - 6y - 1 = 0$

# Equation paramétrique




1) P est sur la droite

2) $\vec{AP}$ et $\vec{d}$ sont colinéaires

3) il existe $K \in \mathbb{R}$ tel que $\vec{AP} = K\vec{d}$

4) $\begin{pmatrix} x - a_1 \\ y - a_2 \end{pmatrix} = K \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x - a_1 \\ y - a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K d_1 \\ K d_2 \end{pmatrix}$

5) $\begin{cases} x = a_1 + K d_1 \\ y = a_2 + K d_2 \end{cases}$ Système d'équations paramétriques

# Equation cartésienne

$$\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \end{pmatrix} \iff \begin{vmatrix} 4 & -8 \\ -3 & 6 \end{vmatrix}$$

$$\| $$

$$4 \cdot 6 - (-8 \cdot (-3)) = 0$$

1) $P \in d$

2) $\vec{AP} \sim \vec{d}$ ( $\sim$ : colinéaire)

3) $$\begin{vmatrix} x - a_1 & d_1 \\ y - a_2 & d_2 \end{vmatrix} = 0 \iff d_2 (x - a_1) = d_1 (y - a_2)$$

4) $a = d_2$, $b = -d_1$, $c = -d_2 a_1 + d_1 a_2$

$$ax + by + c = 0$$

5) $d_1 \neq 0$ : $$y = \boxed{\frac{d_2}{d_1}} x + \boxed{a_2 - \frac{d_2}{d_1} a_1}$$

$$y = \boxed{m} x + \boxed{p}$$

A partir de 3) : (*) $$\frac{x - a_1}{d_1} = \frac{y - a_2}{d_2}$$

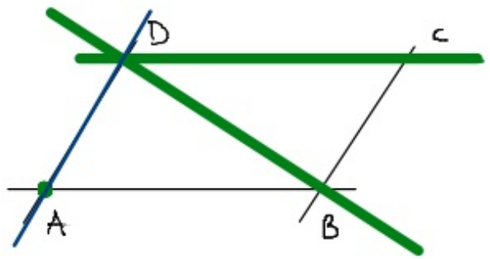
Si $B(b_1, b_2) \in d$ : (**) $$\frac{y - a_2}{x - a_1} = \frac{b_2 - a_2}{b_1 - a_1} \iff \frac{y - a_2}{x - a_1} = \frac{d_2}{d_1}$$

Exemple : $A(2; -3)$, $B(8; -15)$

(**) $$\frac{y - (-3)}{x - 2} = \frac{-15 - (-3)}{8 - 2} = \frac{-12}{6} = \frac{-2}{1} \iff -2(x - 2) = y + 3$$

$$-2x - y + 1 = 0$$

**3.1.15** D'un parallélogramme $ABCD$, on donne le sommet $A(8;0)$, l'équation du côté $CD$ : $x-2y+5=0$, ainsi que l'équation de la diagonale $BD$ : $6x-25y=-43$. Déterminer les équations cartésiennes des côtés $AB$, $AD$ et $BC$.




$A(8;0)$

$(CD) : x-2y+5=0$

$(BD) : 6x-25y+43=0$

1) Déterminons D

$$\begin{cases} x-2y=-5 \\ 6x-25y=-43 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases} \quad D(-3;1)$$

2) Déterminons AD.

$$\frac{x-8}{11} = \frac{y-0}{-1} \Rightarrow -x+8 = 11y$$

$(AD) : x+11y-8=0$

3) Déterminons AB

$$x-2y+k=0 \Rightarrow k=-8$$

$(AB) : x-2y-8=0$

4) Déterminons le point B

$$\begin{cases} x-2y=8 \\ 6x-25y=-43 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=22 \\ y=7 \end{cases} \quad B(22;7)$$

5) Déterminons BC

$$x+11y+k=0 \Rightarrow k=-99$$

$(BC) : x+11y-99=0$

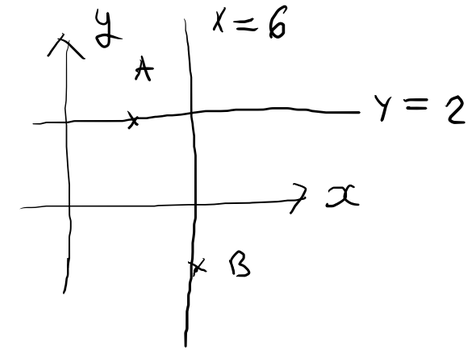
**3.1.16**

a) Déterminer l'équation cartésienne de la parallèle $d_1$ à $Ox$ passant par $A(2;2)$. $(d_1): y = 2$

b) Déterminer l'équation cartésienne de la parallèle $d_2$ à $Oy$ passant par $B(6;-4)$. $(d_2): x = 6$

c) Déterminer l'équation cartésienne de la droite $d_3$ passant par $P(1;2)$ et par le milieu du segment d'extrémités $A$ et $B$.

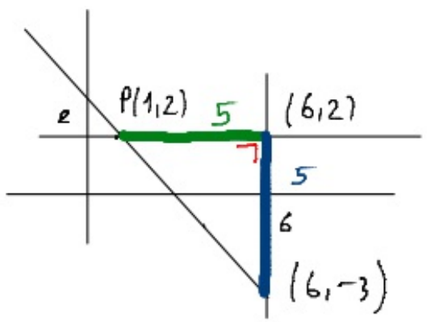
d) Calculer l'aire du triangle formé par les droites $d_1$, $d_2$ et $d_3$.



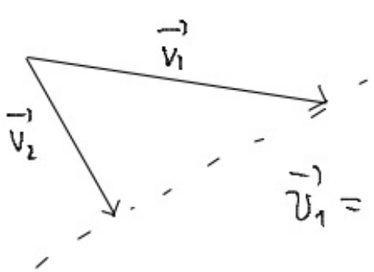

c) Milieu de AB : $M(4;-1)$

$$\vec{MP} = \vec{OP} - \vec{OM} = \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$$

$$(MP): \begin{cases} x = 1 + k \\ y = 2 - k \end{cases} \Rightarrow (d_3): x + y - 3 = 0$$




Aire: $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 = \frac{25}{2}$

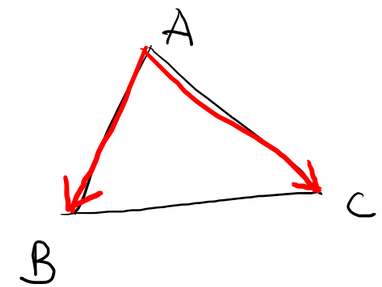



Aire du $\Delta$ : $\frac{1}{2}\left|\det(\vec{v_1}\ \vec{v_2})\right|$

$$\vec{v_1} = \begin{pmatrix}-5\\0\end{pmatrix} \quad \vec{v_2} = \begin{pmatrix}0\\5\end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{2}\left|\det\begin{pmatrix}-5 & 0\\0 & 5\end{pmatrix}\right| = \frac{25}{2}$$

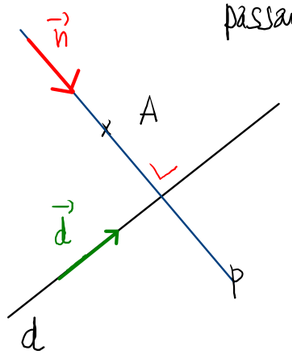
Aire d'un triangle




$$\text{Aire}(\Delta ABC) = \left|\frac{1}{2}\left|\vec{AB}\ \vec{AC}\right|\right|$$

# Droites perpendiculaire

**Exemple** Soit $(d) : 4x - 3y + 12 = 0$.
Quelle est l'équation cartésienne de la droite $p$ perpendiculaire à $d$ passant par le point $A(6 ; -4)$




$\vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de $d$

$m_d = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3} \iff \vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

$\vec{n} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \iff m_p = \frac{-3}{4}$

$(p) : \quad 3x + 4y + c = 0$ Famille de droites $\perp$ à $d$

$A \in p \quad : \quad 3 \cdot 6 + 4 \cdot (-4) = -c$

$18 - 16 = -c \quad \Rightarrow c = -2$

$(p) : \quad 3x + 4y - 2 = 0$

En résume :

$$\boxed{\begin{array}{ll} (d) : & ax + by + c = 0 \\ (d_{//}) : & ax + by + c' = 0 \\ (d_{\perp}) : & -bx + ay + c'' = 0 \end{array}}$$

3.1.17 ; 3.1.20 ; 3.1.21 ; 3.1.22 ; 3.1.23 ; 3.1.24