

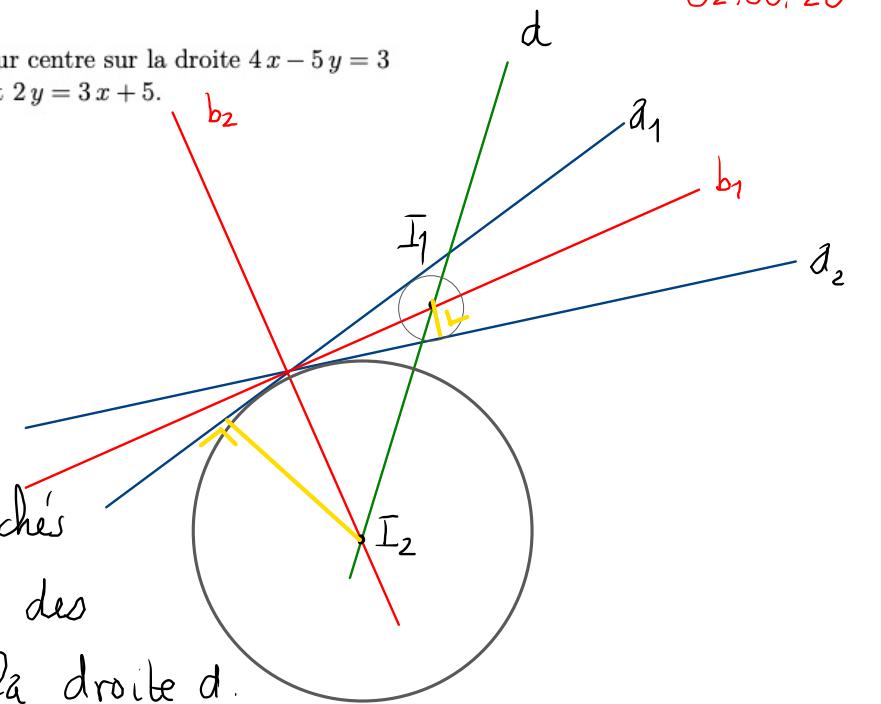
02.06.20

- 3.3.9 Déterminer les équations des cercles qui ont leur centre sur la droite $4x - 5y = 3$ et qui sont tangents aux deux droites $2x = 3y + 10$ et $2y = 3x + 5$.

$$(d_1): 2x - 3y - 10 = 0$$

$$(d_2): 3x - 2y + 5 = 0$$

$$(d): 4x - 5y - 3 = 0$$



Les centres des cercles cherchés se trouvent à l'intersection des bissectrices b_1 et b_2 et de la droite d .

$$\textcircled{1} \quad \frac{2x - 3y - 10}{\sqrt{13}} = \pm \frac{3x - 2y + 5}{\sqrt{13}} \quad | \cdot \sqrt{13}$$

$$\begin{aligned} \text{"+" : } 2x - 3y - 10 &= 3x - 2y + 5 & \text{"-" : } 2x - 3y - 10 &= -3x + 2y - 5 \\ (\textcolor{red}{b}_1): x + y + 15 &= 0 & 5x - 5y - 5 &= 0 \quad | \div 5 \\ (\textcolor{red}{b}_2): x - y - 1 &= 0 \end{aligned}$$

\textcircled{2} On résout les deux systèmes pour trouver les centres

$$\left. \begin{array}{l} (\textcolor{red}{b}_1): \begin{cases} x + y = -15 \\ 4x - 5y = 3 \end{cases} \\ (\textcolor{brown}{d}): \begin{cases} x + y = -15 \\ 4x - 5y = 3 \end{cases} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} (\textcolor{red}{b}_2): \begin{cases} x - y = 1 \\ 4x - 5y = 3 \end{cases} \\ (\textcolor{brown}{d}): \begin{cases} x - y = 1 \\ 4x - 5y = 3 \end{cases} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{y} \\ \text{x} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 9x = -72 \\ 9y = -63 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = -8 \\ y = -7 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} -x = -2 \\ -y = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 2 \\ y = 1 \end{array} \right\}$$

$$I_1(-8; -7)$$

$$I_2(2; 1)$$

$$I_1(-8; -7)$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ 2x - 3y - 10 = 0 \end{array} \right\}$$

$$I_2(2; 1)$$

③ rayon des cercles

$$S(I_1, r_1) = \frac{|2 \cdot (-8) - 3 \cdot (-7) - 10|}{\sqrt{13}} = \frac{|-16 + 21 - 10|}{\sqrt{13}} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$$
$$= \frac{5}{\sqrt{13}} = R_1$$

$$S(I_2, r_1) = \frac{|2 \cdot 2 - 3 \cdot 1 - 10|}{\sqrt{13}} = \frac{9}{\sqrt{13}}$$

④ 1^{er} cercle :

$$(J_1) : (x+8)^2 + (y+7)^2 = \frac{25}{13}$$

2^{eme} cercle :

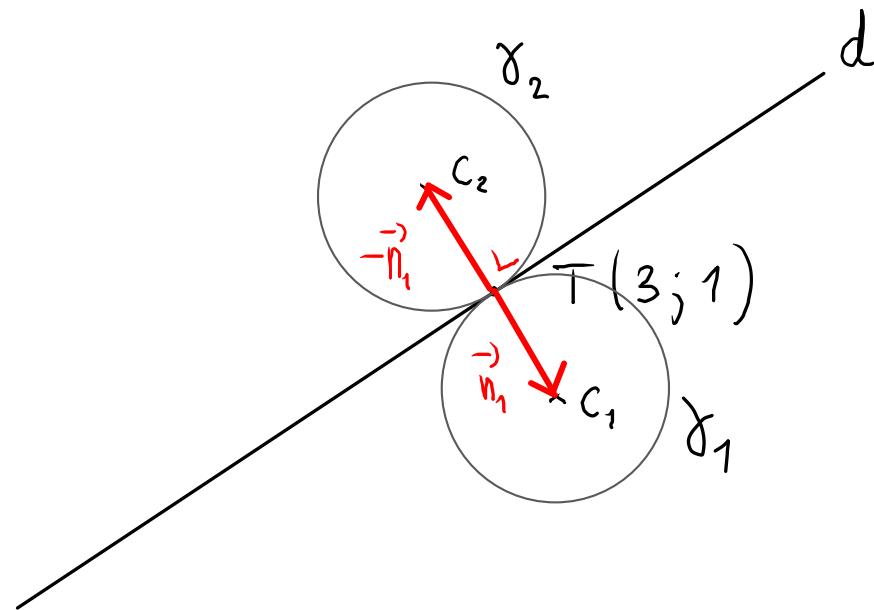
$$(J_2) : (x-2)^2 + (y-1)^2 = \frac{81}{13}$$

3.3.11 Déterminer les équations des cercles de rayon $\sqrt{5}$ qui sont tangents à la droite

$x - 2y = 1$ au point $T(3; ?)$.

$$(d): x - 2y - 1 = 0$$

$$3 - 2y = 1 \Rightarrow y = 1$$



On cherche le centre des deux cercles

$$\|\vec{n}_1\| = \sqrt{5}$$

$$(d): x - 2y - 1 = 0 \quad \vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \perp d \quad \|\vec{n}_1\| = \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \vec{OC}_1 &= \vec{OT} + \vec{n}_1 \\ &= \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} \\ C_1 &(4; -1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{OC}_2 &= \vec{OT} - \vec{n}_1 \\ &= \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \\ C_2 &(2; 3) \end{aligned}$$

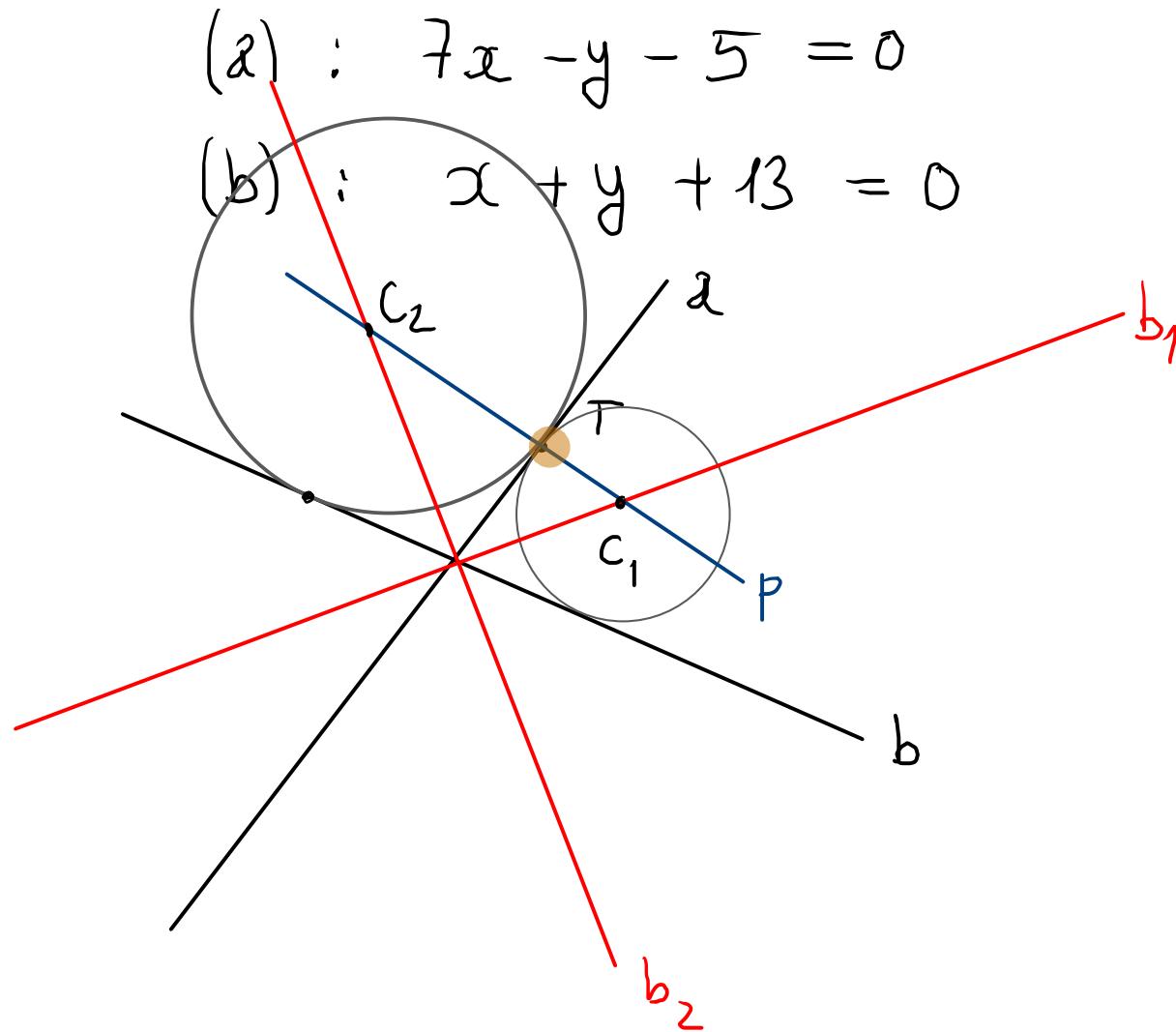
$$(C_1): (x-4)^2 + (y+1)^2 = 5$$

$$(C_2): (x-2)^2 + (y-3)^2 = 5$$

3.3.12 Déterminer les équations des cercles tangents aux droites

$$y = 7x - 5 \quad \text{et} \quad x + y + 13 = 0$$

l'un des points de contact étant $T(1; 2)$.



$$T \in \alpha : 7 \cdot 1 - 2 - 5 = 0$$

$$T \notin b$$

Marche à suivre

- ① bissectrices
- ② perpendiculaire à α par T
- ③ intersections b_1 et p , b_2 et p donnent le centre des cercles (C_1 et C_2)
- ④ distances $S(C_1, \alpha) = r_1$ et $S(C_2, \alpha) = r_2$

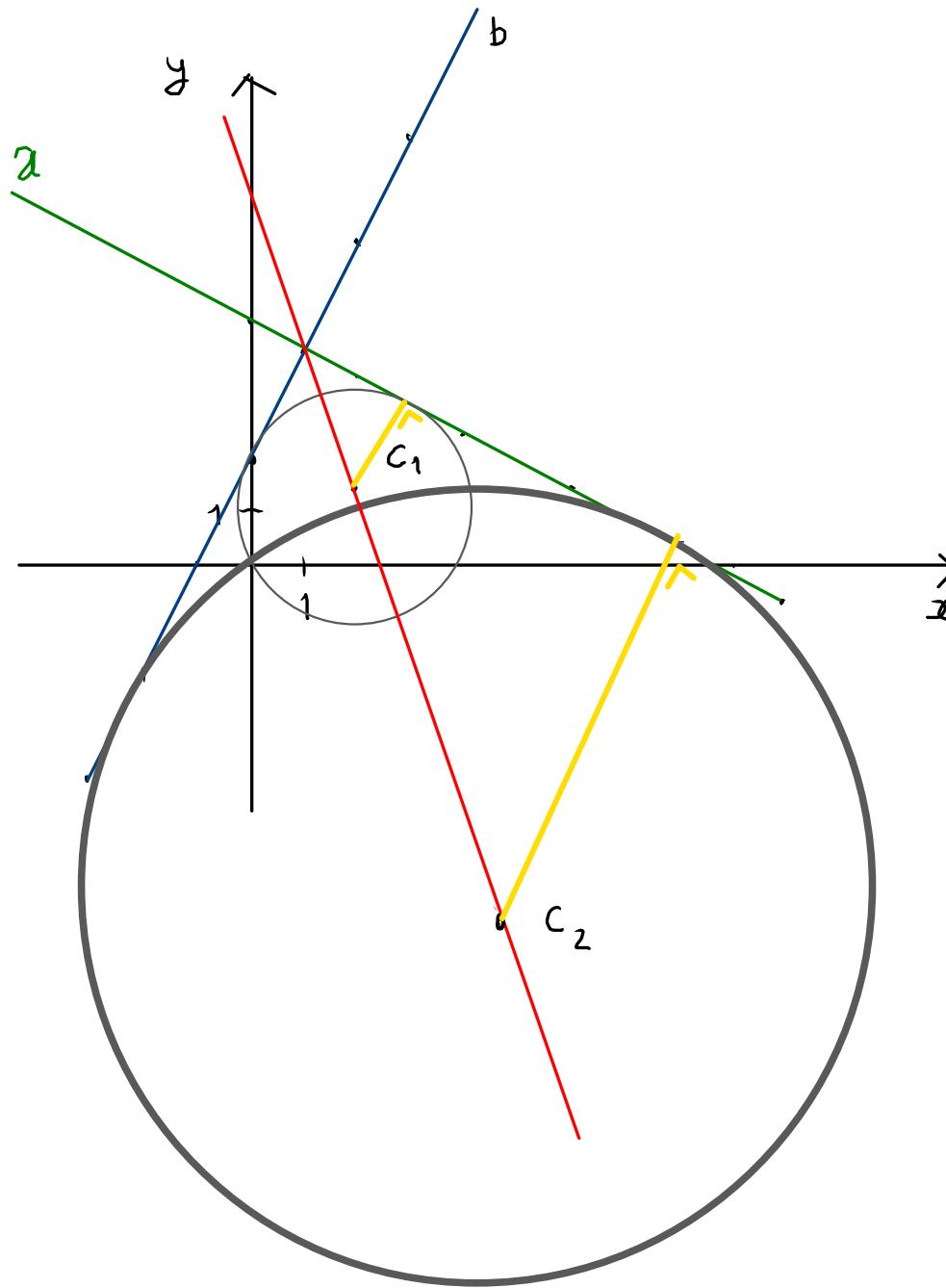
3.3.13 Déterminer les équations des cercles passant par l'origine et qui sont tangents aux droites $x + 2y = 9$ et $y = 2x + 2$.

$$(a) : x + 2y - 9 = 0$$

$$(b) : 2x - y + 2 = 0$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$$

$$y = 2x + 2$$



Le dessin montre qu'il y a deux cercles tangents aux droites a et b passant par l'origine