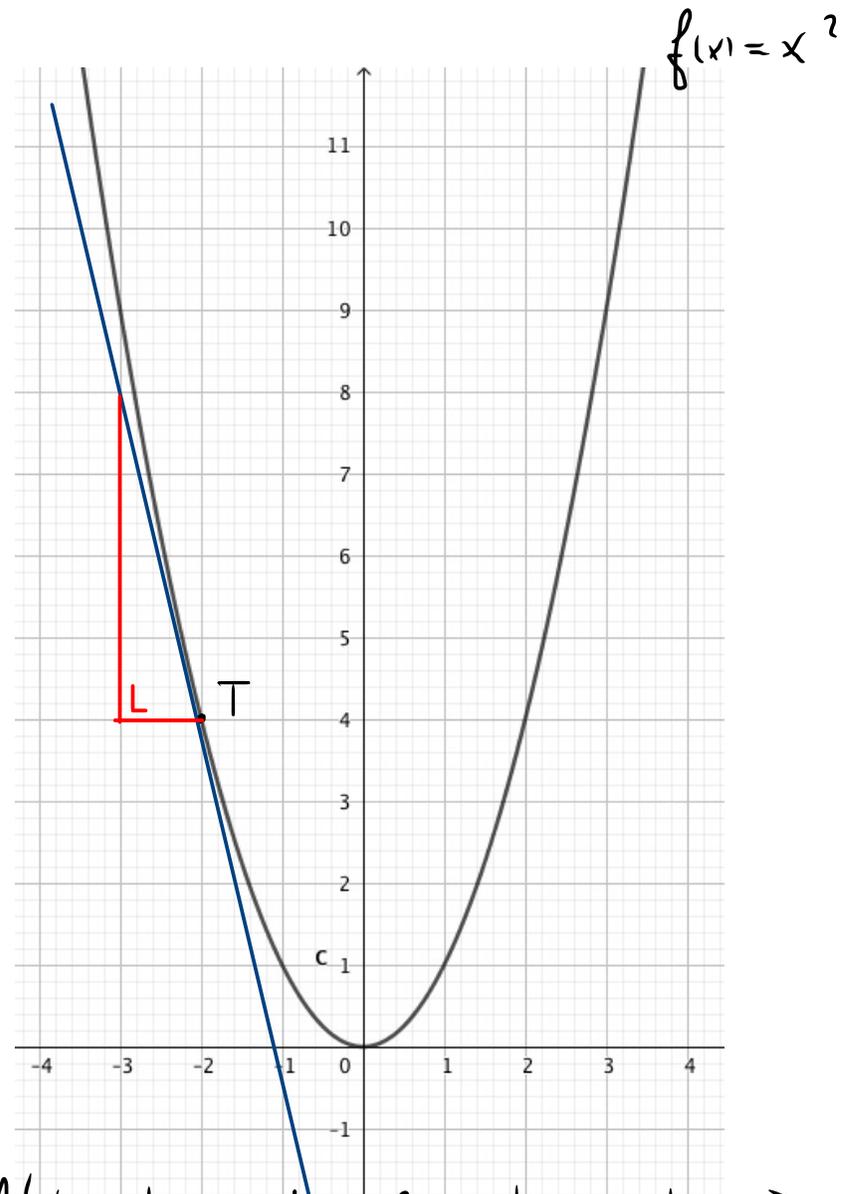


06.02.20



Déterminons l'équation de la tangente à la courbe $y = x^2$
au point $T(-2; 4)$

Par voie graphique, on a $y = -4x - 4$

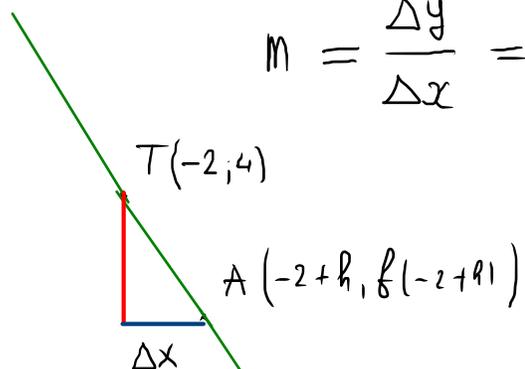
Soit $h \in \mathbb{R}^*$.

Soit le point $A(-2+h, f(-2+h))$ un point de la courbe.

Lorsque $h \rightarrow 0$, $A \rightarrow T$.

Déterminons la pente de la droite AT :

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(-2+h) - 4}{h} = \frac{\cancel{4} - 4h + h^2 - \cancel{4}}{h} = \frac{h^2 - 4h}{h}$$



En faisant tendre h vers 0, on obtient la pente de la tangente

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 - 4h}{h} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h}(h-4)}{\cancel{h}} = -4$$

On appelle le nombre -4 le nombre dérivé à la fonction $f(x) = x^2$ au point $T(-2, 4)$. On note

$$f'(-2) = -4$$

calculer $f'(1)$

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1+2h+h^2 - 1}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 2h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h}(h+2)}{\cancel{h}} = 2 \end{aligned}$$

La tangente s'écrit $y = 2x - 1$

Nombre dérivé

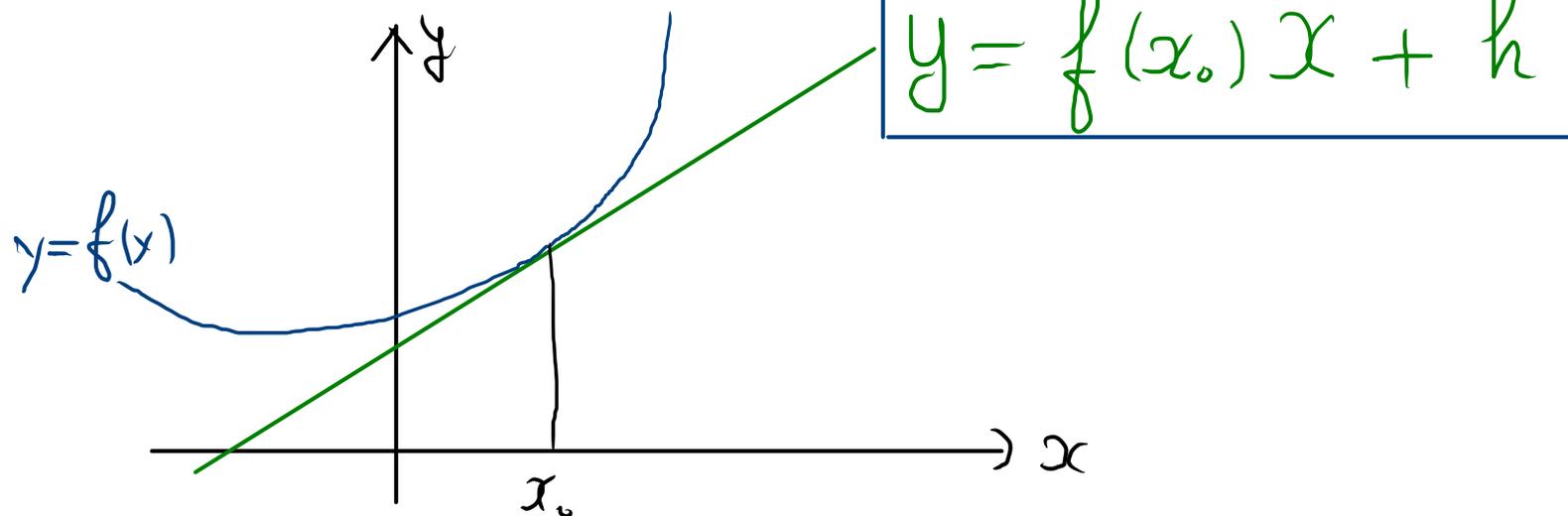
Soit f une fonction définie dans un voisinage de x_0 .

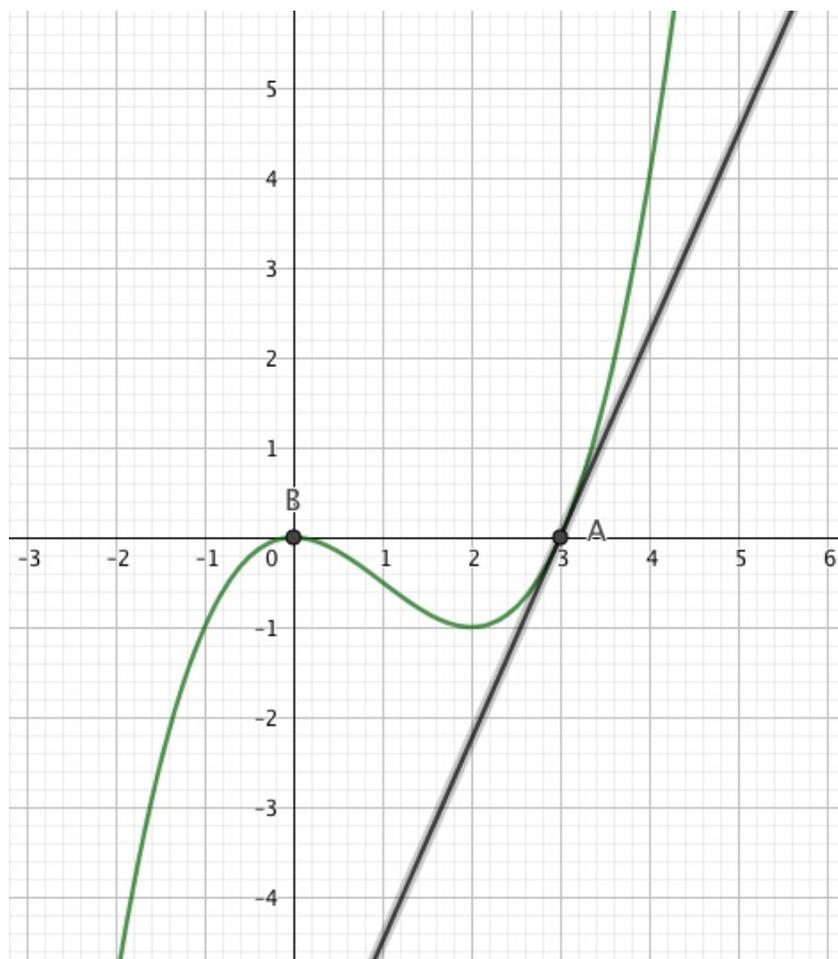
Si la limite $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ existe et est

finie, on l'appelle 'nombre dérivé' de la fonction f au point x_0 .

On le note $f'(x_0)$.

Ce nombre est la pente de la tangente à la courbe au point d'abscisse x_0 .





$$f(x) = \frac{1}{4} (x^3 - 3x^2)$$

$$f'(3) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(3+h)^3 - 3(3+h)^2] - 0}{4h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{27} + 27h + 9h^2 + h^3 - \cancel{27} - 18h - 3h^2}{4h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^3 + 6h^2 + 9h}{4h} = \frac{9}{4} = 2.25$$

2.8.1 Calculer $f'(x)$, à partir de la définition de la dérivée, si :

a) $f(x) = 4$

b) $f(x) = 2x - 5$

c) $f(x) = x^2 + 1$

d) $f(x) = \frac{1}{3x + 1}$

e) $f(x) = \frac{4x - 1}{x + 1}$

f) $f(x) = \sqrt{x - 3}$

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$$c) f(x) = x^2 + 1$$

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x_0+h)^2 + 1 - (x_0^2 + 1)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{x_0^2} + 2x_0h + h^2 + \cancel{1} - \cancel{x_0^2} - \cancel{1}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x_0h + h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h}(2x_0 + h)}{\cancel{h}}$$

$$= 2x_0$$

$$\text{Si } f(x) = x^2 + 1, \quad f'(x) = 2x.$$