

6.11.19

4.1.8 Simplifier les expressions suivantes :

a) $\sqrt{24}$ b) $\sqrt{18}$ c) $\sqrt{243}$ d) $\sqrt{50}$ e) $\sqrt{300}$ f) $\sqrt{54}$

g) $\sqrt{125}$ h) $\sqrt{147}$ i) $\sqrt{80}$ j) $\sqrt{1'000}$ k) $\sqrt{250}$ l) $\sqrt{7'000}$

m) $3\sqrt{5} - 4\sqrt{20} + 5\sqrt{45} - 3\sqrt{80}$ n) $2\sqrt{40} - 2\sqrt{90} + \sqrt{4'000} - 5\sqrt{10}$

1 1
2 4
3 9
4 16
5 25
6 36

n) $2\sqrt{40} - 2\sqrt{90} + \sqrt{4'000} - 5\sqrt{10} =$

$4\sqrt{10} - 6\sqrt{10} + 20\sqrt{10} - 5\sqrt{10} = 13\sqrt{10}$

$\sqrt{90} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{10} = 3\sqrt{10}$

4.1.9 Effectuer et réduire :

a) $(9\sqrt{12} + 3)(\sqrt{3} + 8)$ b) $(4\sqrt{3} + \sqrt{45})(\sqrt{5} - 2\sqrt{27})$

c) $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ d) $(\sqrt{3} + 1)^4$

b) ~~$4\sqrt{15} - 8\sqrt{81} + \sqrt{225} - 2$~~

$$(4\sqrt{3} + 3\sqrt{5})(\sqrt{5} - 6\sqrt{3}) =$$

$$4\sqrt{15} - 72 + 15 - 18\sqrt{15} =$$

$$-57 - 14\sqrt{15}$$

c) $\sqrt{(3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2})} = \sqrt{9 - 8} = 1$

$\left(\frac{1}{\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}} = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} \right)$ Joli.

d) $\left((\sqrt{3} + 1)^2 \right)^2 = (4 + 2\sqrt{3})^2 = 28 + 16\sqrt{3}$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$a, b \geq 0$

4.1.10 Simplifier les expressions suivantes :

a) $\sqrt[3]{\sqrt{7}}$ b) $\sqrt[3]{2^{18} \cdot 5^{12} \cdot 3^3}$ c) $\sqrt[4]{64} \cdot \sqrt[4]{4}$ d) $\sqrt[5]{3^{15}}$ e) $(\sqrt[8]{\sqrt[4]{\sqrt{2}}})^{128}$

f) $\sqrt{3\sqrt{3}}$ g) $\sqrt[3]{5\sqrt{5\sqrt{5}}}$ h) $\sqrt{2\sqrt[3]{2}}$ i) $\sqrt[3]{3\sqrt[3]{3^4\sqrt[3]{3^6}}}$ j) $\sqrt[3]{2\sqrt[6]{\frac{2^{14}}{\sqrt[3]{2^6}}}}$

$$\sqrt[p]{\sqrt[q]{a}} = \sqrt[pq]{a} \quad ; \quad \sqrt[p]{a^{qn}} = \sqrt[p]{a^q} \quad ; \quad \sqrt[q]{a} = a^{\frac{1}{q}}$$

a) $\left(7^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = 7^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{7}$

b) $\left(2^{18} \cdot 5^{12} \cdot 3^3\right)^{\frac{1}{3}} = 2^6 \cdot 5^4 \cdot 3 = 2^6 \cdot 3 \cdot 5^4$

h) $\left(2 \cdot 2^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(2^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$

i) $\left(3 \left(3^4 \cdot 3^{\frac{6}{3}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(3 \cdot \left(3^6\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(3 \cdot 3^2\right)^{\frac{1}{3}} = \left(3^3\right)^{\frac{1}{3}} = 3$

4.1.12 Rendre rationnel les dénominateurs et simplifier les expressions :

a) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ b) $\frac{2}{\sqrt[4]{5}}$ c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ d) $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ e) $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ f) $\frac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}}$

$$a) \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

On multiplie par le conjugué

$$b) \frac{2}{\sqrt[4]{5}} = \frac{2}{5^{\frac{1}{4}}} \cdot \frac{5^{\frac{3}{4}}}{5^{\frac{3}{4}}} = \frac{2\sqrt[4]{5^3}}{5}$$

conjugué

$$d) \frac{1}{2+\sqrt{3}} \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{1} = 2-\sqrt{3}$$

$$f) \frac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{3^{\frac{1}{3}}-2^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{3^{\frac{2}{3}}+(2 \cdot 3)^{\frac{1}{3}}+2^{\frac{2}{3}}}{3^{\frac{2}{3}}+(2 \cdot 3)^{\frac{1}{3}}+2^{\frac{2}{3}}} = \frac{3^{\frac{2}{3}}+6^{\frac{1}{3}}+2^{\frac{2}{3}}}{3+6+2}$$

$$\left(3^{\frac{1}{3}}-2^{\frac{1}{3}}\right)\left(3^{\frac{2}{3}}+(2 \cdot 3)^{\frac{1}{3}}+2^{\frac{2}{3}}\right) = \sqrt[3]{3^2} + \sqrt[6]{6} + \sqrt[3]{2^2}$$

$$3 + (2 \cdot 3^2)^{\frac{1}{3}} + (3 \cdot 2^2)^{\frac{1}{3}} - (2 \cdot 3^2)^{\frac{1}{3}} - (2^2 \cdot 3)^{\frac{1}{3}} - 2$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

4.1.12

$$e) \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{\cancel{2} (\sqrt{5} - \sqrt{3})}{\cancel{2}} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$$