

## Suites arithmétiques

Une suite  $(U_n)$  est une suite arithmétique

si il existe  $r$  tel que  $U_{n+1} = U_n + r$ .

Le nombre  $r$  est appelé la raison

$$\begin{cases} U_1 = 3 \\ U_{n+1} = U_n + 5 \end{cases}$$

Ex 1)  $U_n = 7 - g_n$  est-elle arithmétique ?

$$U_{n+1} - U_n = (7 - g_{n+1}) - (7 - g_n) = -g$$

$$\begin{cases} U_1 = -2 \\ U_{n+1} = U_n - g \end{cases}$$

2)  $V_n = n^2 + 3$  non arithmétique

$$\begin{aligned} V_{n+1} - V_n &= ((n+1)^2 + 3) - (n^2 + 3) \\ &= \cancel{n^2} + 2n + 1 + \cancel{3} - \cancel{n^2} - \cancel{3} = 2n + 1 \end{aligned}$$

## Suites géométriques

$$U_1 = 5$$

$$U_2 = 10 \quad \left\{ \begin{array}{l} U_1 = 5 \\ U_{n+1} = 2 U_n \end{array} \right.$$

$$U_3 = 20$$

$$U_4 = 40$$

Une suite  $(U_n)$  est une suite géométrique si il existe un nombre  $q$  tel que  $U_{n+1} = q U_n$ .  
 $q$  s'appelle la raison

Ex       $U_n = 3 \cdot 5^n$  est-elle géométrique ?

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{3 \cancel{\cdot} 5^{n+1}}{\cancel{3} \cdot 5^n} = 5$$

$$\left\{ \begin{array}{l} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = 5 \cdot U_n \end{array} \right. \quad n \geq 0$$

Si

$$\left\{ \begin{array}{l} U_0 = K \\ U_{n+1} = q \cdot U_n \end{array} \right. \Rightarrow U_n = U_0 q^n$$

$$K \xrightarrow{\times q} qK \xrightarrow{\times q} q^2 K \xrightarrow{\times q} q^3 K$$

2.4.12 Une suite récurrente est définie par  $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = \frac{a_n + 12}{4}, \text{ si } n \geq 1 \end{cases}$ .

- a) On pose  $v_n = a_n - 4$ . Démontrer que  $(v_n)_{n \geq 1}$  est une suite géométrique.
- b) Donner le terme général de la suite  $(a_n)_{n \geq 1}$ , puis calculer sa limite.

a)  $V_n = a_n - 4$

$$V_1 = a_1 - 4 = 3 - 4 = -1$$

$$\begin{cases} V_1 = -1 \\ V_{n+1} = a_{n+1} - 4 = \frac{a_n + 12}{4} - 4 = \frac{a_n + 12 - 16}{4} = \frac{a_n - 4}{4} \end{cases}$$

$$= \frac{1}{4}(a_n - 4) = \frac{1}{4}V_n$$

$$\begin{cases} V_1 = -1 \\ V_{n+1} = \frac{1}{4}V_n \end{cases} \Rightarrow V_n = -1 \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$$

b)  $a_n = V_n + 4 = -1 \underbrace{\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}}_{\rightarrow 0} + 4$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1}{4^{n-1}} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} V_n = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 4$$