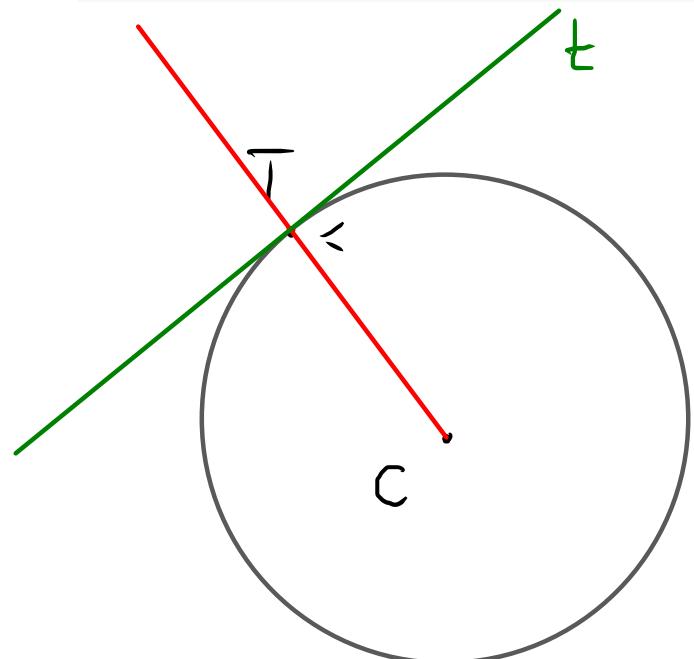


3.3.16 Après avoir vérifié que le point T est sur le cercle γ , Déterminer les équations des tangentes à γ au point T dans les cas suivants:

a) $T(-1; 2)$ et $\gamma : x^2 + y^2 = 5$;



$$T \in \gamma : (-1)^2 + 2^2 = 5$$

$$C(0,0)$$

$$\begin{aligned} CT \perp t \\ \vec{CT} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Ainsi $(t) : -x + 2y + e = 0$

$$T \in t : -(-1) + 2 \cdot 2 + e = 0$$

$$e = -5$$

$$(t) : -x + 2y - 5 = 0$$

$$(t) : x - 2y + 5 = 0$$

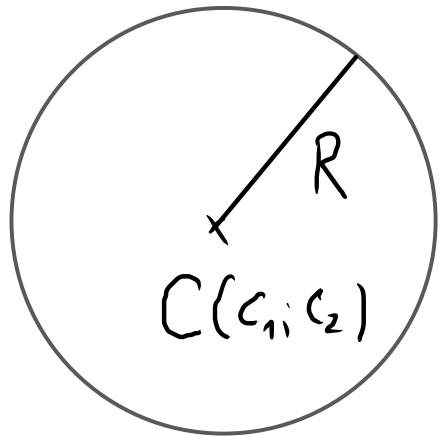
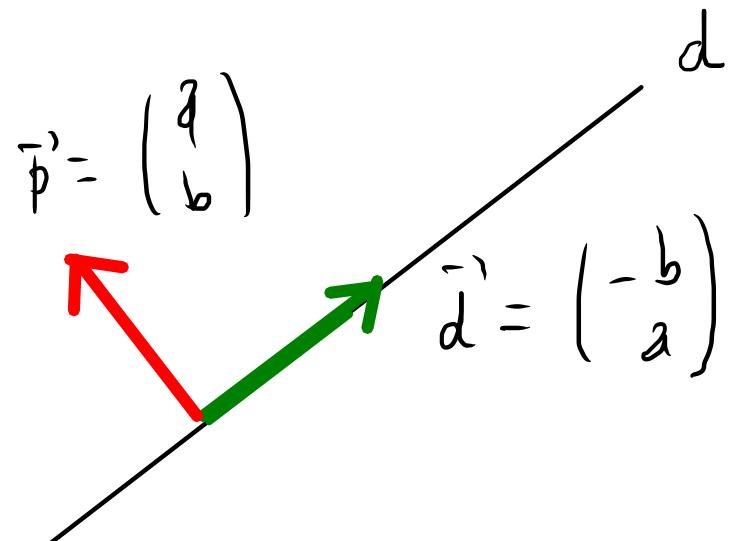
Rappel

$$(d): ax + by + c = 0$$

$$m_d = -\frac{a}{b}, \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} b \\ -a \end{pmatrix}$$

$$(p): bx - ay + e = 0$$

$$m_p = \frac{b}{a}, \quad \vec{p} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$



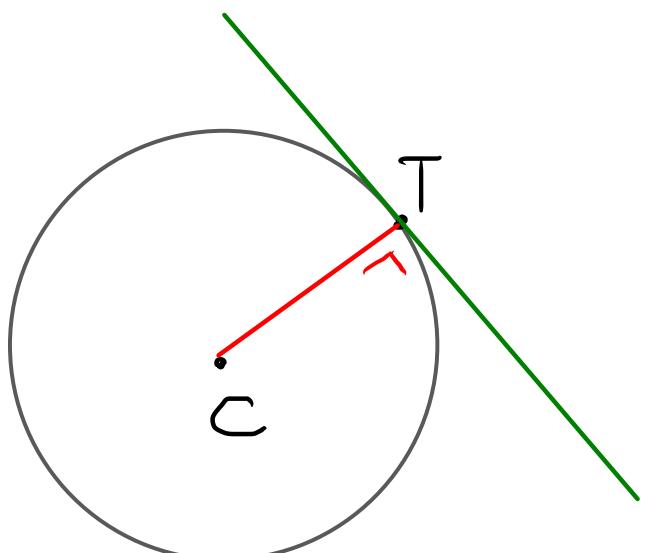
$$(x): (x - c_1)^2 + (y - c_2)^2 = R^2$$

b) $T(-5; 7)$ et $\gamma : (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$;

$$C(-2; 3)$$

$$R = 5$$

$$T \in \gamma : (-5 + 2)^2 + (7 - 3)^2 = 3^2 + 4^2 = 5^2$$



$$\vec{CT} = \begin{pmatrix} -5 \\ 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \perp t$$

$$(t) : -3x + 4y + e = 0$$

$$T \in t : -3 \cdot (-5) + 4 \cdot 7 + e = 0$$

$$e = -28 - 15$$

$$e = -43$$

$$(t) : -3x + 4y - 43 = 0$$

c) $T(0;0)$ et $\gamma : x^2 + y^2 = 3x - 7y$;

$$(8) : \underbrace{x^2 - 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2}_{\left(x - \frac{3}{2}\right)^2} + \underbrace{y^2 + 7y + \left(\frac{7}{2}\right)^2}_{\left(y + \frac{7}{2}\right)^2} = 0 + \frac{9}{4} + \frac{49}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{58}{4}$$

$$C\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}\right), R = \frac{\sqrt{58}}{2}$$

$$\vec{CT} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ -\frac{7}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ \frac{7}{2} \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$(t) : 3x - 7y = 0$$

d) $T(-1; 2)$ et $\gamma : x^2 + y^2 - 2x + 6y = 19$;

$$\begin{aligned}(\gamma) : \quad &x^2 - 2x + 1 + y^2 + 6y + 9 = 19 + 1 + 9 \\&(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 29\end{aligned}$$

$C(1; -3)$

$$T \in \gamma : (-1 - 1)^2 + (2 + 3)^2 = 4 + 25 = 29$$

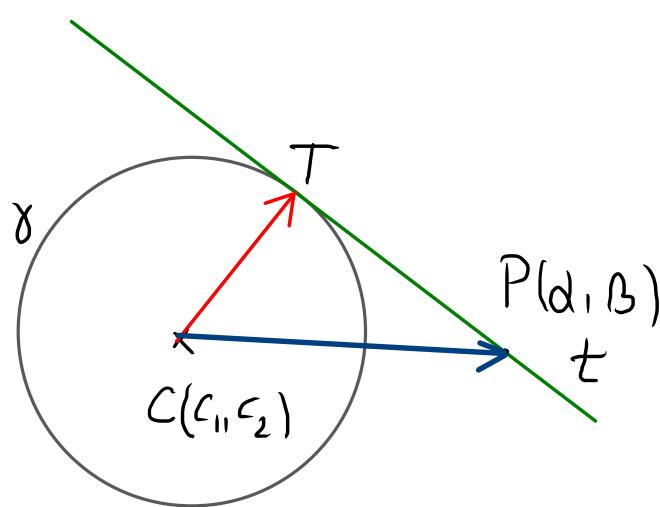
$$\vec{CT} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} \perp t \text{ la tangente cherchée.}$$

$$(t) : -2x + 5y + e = 0$$

$$T \in t : 2 + 10 + e = 0 \Rightarrow e = -12$$

$$(t) : -2x + 5y - 12 = 0$$

Cas général



$$(f): (x - c_1)^2 + (y - c_2)^2 = R^2$$

$$T(t_1, t_2), \quad P(\alpha, \beta) \in t$$

La condition : $\vec{CT} \perp \vec{TP}$

$$\vec{CT} = \begin{pmatrix} t_1 - c_1 \\ t_2 - c_2 \end{pmatrix} \quad \vec{TP} = \begin{pmatrix} \alpha - t_1 \\ \beta - t_2 \end{pmatrix} \quad \vec{CP} = \begin{pmatrix} \alpha - c_1 \\ \beta - c_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \vec{CP} \cdot \vec{CT} &= (\vec{CT} + \vec{TP}) \cdot \vec{CT} = \vec{CT} \cdot \vec{CT} + \underbrace{\vec{TP} \cdot \vec{CT}}_{=0} \\ &= \|\vec{CT}\|^2 = R^2 \end{aligned}$$

$$(t_1 - c_1)(\alpha - c_1) + (t_2 - c_2)(\beta - c_2) = R^2$$

$P(\alpha, \beta)$ est un point quel que sur t $P(\alpha, \beta) \rightarrow P(x, y)$

$$(f): (t_1 - c_1)(x - c_1) + (t_2 - c_2)(y - c_2) = R^2$$

b) $T(-5; 7)$ et $\gamma : (x+2)^2 + (y-3)^2 = 25$;

$T \in \gamma$

$$(\gamma) : (x+2)(x+2) + (y-3)(y-3) = 25 \quad \gamma \text{ dédoublee'}$$

$$(t) : (-5+2)(x+2) + (7-3)(y-3) = 25$$

$$-3x + 4y - 6 - 12 - 25 = 0$$

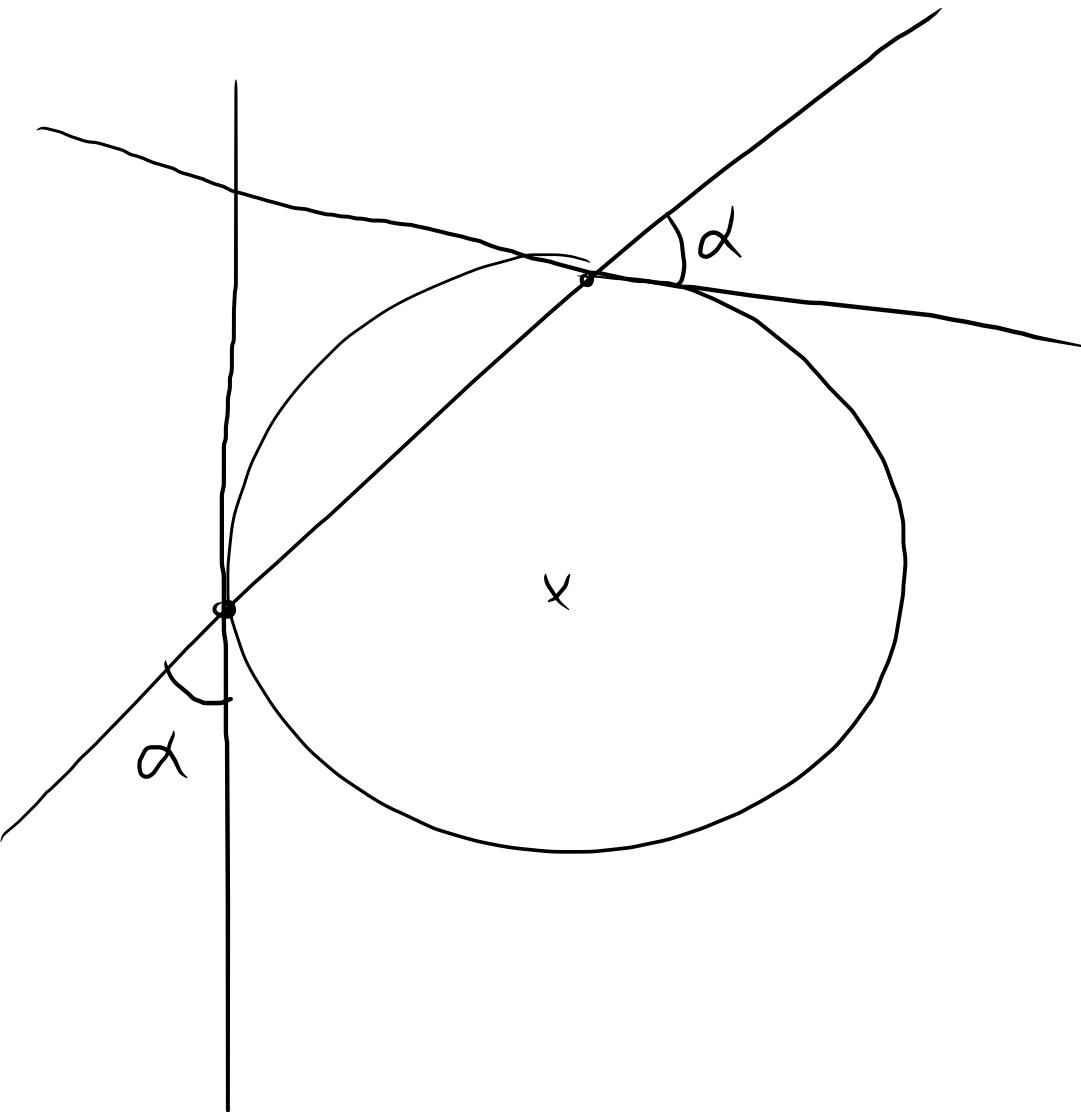
$$-3x + 4y - 43 = 0$$

d) $T(-1; 2)$ et $\gamma : x^2 + y^2 - 2x + 6y = 19$;

$$(\gamma) : \begin{matrix} x \cdot x & + & y \cdot y & - & x & - & x & + & 3y & + & 3y & - & 19 \end{matrix} = 0$$

$$\begin{matrix} \underline{-x} & + & \underline{2y} & + & \underline{1} & - & \underline{x} & + & \underline{6} & + & \underline{3y} & - & \underline{19} \end{matrix} = 0$$

$$(t) : -2x + 5y - 12 = 0$$



3.3.17 Calculer la valeur de l'angle¹ aigu formé par la droite $3x - y = 1$ et le cercle $(x - 2)^2 + y^2 = 5$.