13.03.20

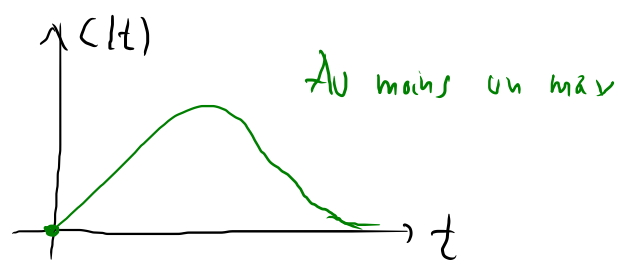
2.9.5 La concentration $C(t)$, en milligrammes par litre, d'un certain médicament dans le sang d'un patient est donnée par

$$C(t) = \frac{0,16t}{t^2+4t+4}$$

où t désigne le nombre d'heures suivant la prise du médicament. Après combien de temps la concentration est-elle maximale ?

$$C(t) = \frac{0,16\,t}{(t+2)^2}, \quad t \geq 0$$

$$\lim_{t \to +\infty} C(t) = 0$$



$$C'(t) = \frac{0,16(t+2)^2 - 0,16t \cdot 2(t+2)}{(t+2)^4}, \quad t \geq 0$$

$$= \frac{0,16\cancel{(t+2)}\left[(t+2) - 2t\right]}{(t+2)^{\cancel{4}\,3}} = \frac{0,16(-t+2)}{(t+2)^3}$$

Tableau des variations de $C(t)$

t		0		2		
$C'(t)$	//		+	0	−	
$C(t)$	//		↗	$\boxed{\text{max}}$	↘	

La concentration est maximale après 2 heures.

2.9.6 Déterminer $k \in \mathbb{R}^*$ de telle sorte que la fonction $f(x) = \dfrac{x^2}{x+k}$ admette un extremum dont l'ordonnée est égale à 8. Préciser ses coordonnées, sa nature (minimum ou maximum) et son type (global ou local).

$$ED(f) = \mathbb{R} - \{-K\}$$

$$f'(x) = \frac{2x(x+K) - x^2}{(x+K)^2} = \frac{x^2 + 2Kx}{(x+K)^2} = \frac{x(x+2K)}{(x+K)^2}$$

Tableau des variations

1)

x		$-2K$		$-K$		0	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	max	↘	‖	↘	min	↗

$K > 0$

$$f(-2K) = \frac{4K^{\cancel{2}}}{-\cancel{K}} = 8 \Rightarrow -4K = 8 \Rightarrow K = -2$$

$K \neq 0$

ne convient pas

$$f(0) = 0 \neq 8$$

2)

x		0		$-K$		$-2K$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	max	↘	‖	↘	min	↗

$K < 0$

$K = -2$ avec un min