13.11.19

4.2.4 Simplifier les expressions ci-dessous sans utiliser la machine :

a) $\log(16) + 2\log(3) - 2\log(2) - \frac{1}{2}\log(9)$

b) $\log(15) + 3\log(10) - \log(30) - \log(5)$

c) $4\log(5) + \log\left(\frac{1}{5}\right) - 3\log(3) + \frac{1}{3}\log(27)$

d) $\dfrac{\log(20) + \log(100) - \log(2)}{\log(5'000) - \log(5) + \log(0,1)}$

c) $\underbrace{4\log(5) - \log(5)} - 3\log(3) + \frac{1}{3}\log(3^3)$

$= 3\log(5) - 3\log(3) + \cancel{\frac{1}{3}} \cdot \cancel{3}\log(3)$

$= 3\log(5) - 2\log(3)$

$$\boxed{\begin{aligned}\log\left(\frac{1}{x}\right) &= -\log(x)\\ \log(x^p) &= p \cdot \log(x)\end{aligned}}$$

4.2.5 Résoudre les équations ci-dessous :

a) $x = \log_2(32)$ b) $2^x = 100$ c) $\log_x(256) = 4$ d) $\log_2(x) = 4$

e) $10^x = 5$ f) $e^{2x-1} = 27$ g) $\log_x(1'000) = 3$ h) $12^x = -49$

a) $x = \log_2(32)$ $\qquad \log_a(a^p) = p$

$x = \log_2(2^5)$

$x = 5$

b) $2^x = 100$ $\qquad 6 < x < 7$

$x = \log_2(100)$

$x = 2\log_2(10)$

$x = 2\dfrac{\log(10)}{\log(2)} = \dfrac{2}{\log(2)} \cong 6.643856189774725$

c) $\log_x(256) = 4$

$x = 4$

4.2.5 Résoudre les équations ci-dessous :

a) $x = \log_2(32)$ b) $2^x = 100$ c) $\log_x(256) = 4$ d) $\log_2(x) = 4$

e) $10^x = 5$ f) $e^{2x-1} = 27$ g) $\log_x(1'000) = 3$ h) $12^x = -49$

f) $e^{2x-1} = 27$

$$\boxed{a^x = y \Leftrightarrow \log_a(y) = x}$$

$$2x - 1 = \ln(27)$$

$$2x = 1 + \ln(27)$$

$$x = \frac{1 + \ln(27)}{2}$$

4.2.6 Résoudre les équations ci-dessous :

a) $\log_{11}(x+1) = \log_{11}(7)$ b) $\log_6(2x-3) = \log_6(12) - \log_6(3)$

a) $x + 1 = 7$

$x = 6$

b) $\log_6(2x-3) = \log_6\left(\frac{12}{3}\right)$

$2x - 3 = 4$

$x = \frac{7}{2}$

e) $\ln(x) + \ln(x-2) = 0,5\ln(9)$ f) $\log_8(x+4) = 1 - \log_8(x-3)$

$\ln\left(x(x-2)\right) = \ln\left(9^{\frac{1}{2}}\right)$

$x^2 - 2x = 3$ ⚠ sol parasite

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x-3)(x+1) = 0$

$x = 3 \qquad x = -1$

Preuve : $x = 3$: $\ln(3) + \ln(1) = \ln(3)$ ✓

$x = -1$ $\ln(-1)$ n'existe pas

$S = \{3\}$

f) $\log_8(x+4) = \log_8(8) - \log_8(x-3)$

$\log_8(x+4) + \log_8(x-3) = \log_8(8)$

$\log_8\left((x+4)(x-3)\right) = \log_8(8)$

$(x+4)(x-3) = 8$

$x^2 + x - 12 = 8$

$x^2 + x - 20 = 0$

$(x-4)(x+5) = 0$

$x = 4$; $\cancel{x = -5}$ à écarter

Preuve : $\log_8(8) \overset{?}{=} \log_8(8) - \underbrace{\log_8(1)}_{0}$ ok

$S = \{4\}$

$$a^x = y \iff \log_a(y) = x$$

$$\log_8(1) = 0$$

$$\log_8(8) = 1$$