

FI

$$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty$$

Limite d'une somme

$$x \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$$

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow a} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x))$
l	l'	$l + l'$
l	$+\infty$	$+\infty$
l	$-\infty$	$-\infty$
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
$-\infty$	$+\infty$	FI
$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$

Limite d'un produit

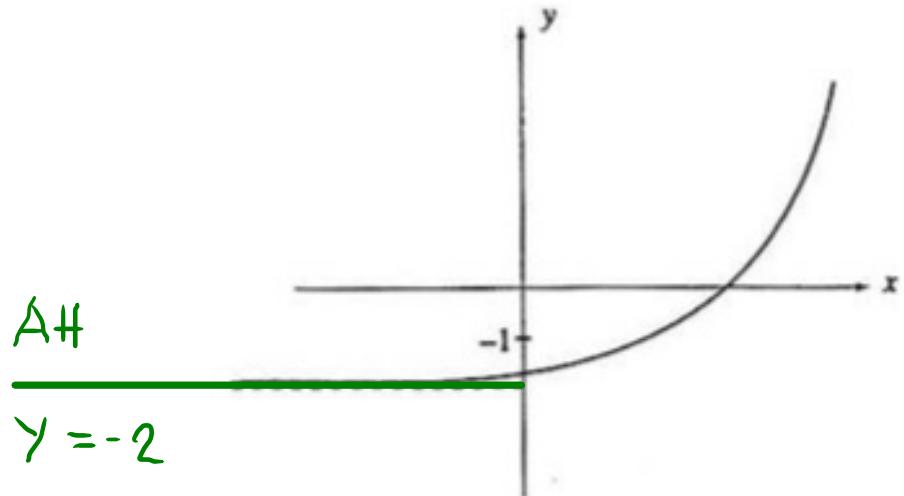
$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow a} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot g(x)$
l	l'	$l \cdot l'$
$l \neq 0$	$\pm \infty$	$\pm \infty$
$\pm \infty$	$\pm \infty$	$\pm \infty$
0	$\pm \infty$	FI

limite d'un quotient

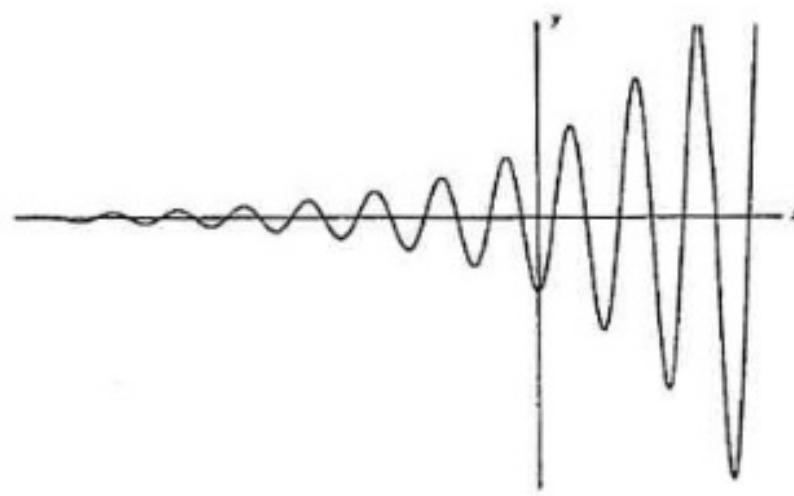
$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow a} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$
l	$l' \neq 0$	l/l'
$l \neq 0$	0	$\pm \infty$
0	0	FI
l	$\pm \infty$	0
$\pm \infty$	l	$\pm \infty$
$\pm \infty$	$\pm \infty$	FI

2.5.15 Lire les limites : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.

a)



b)



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ n'est pas déterminé

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

n'est pas déterminé

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

n'est pas déterminé

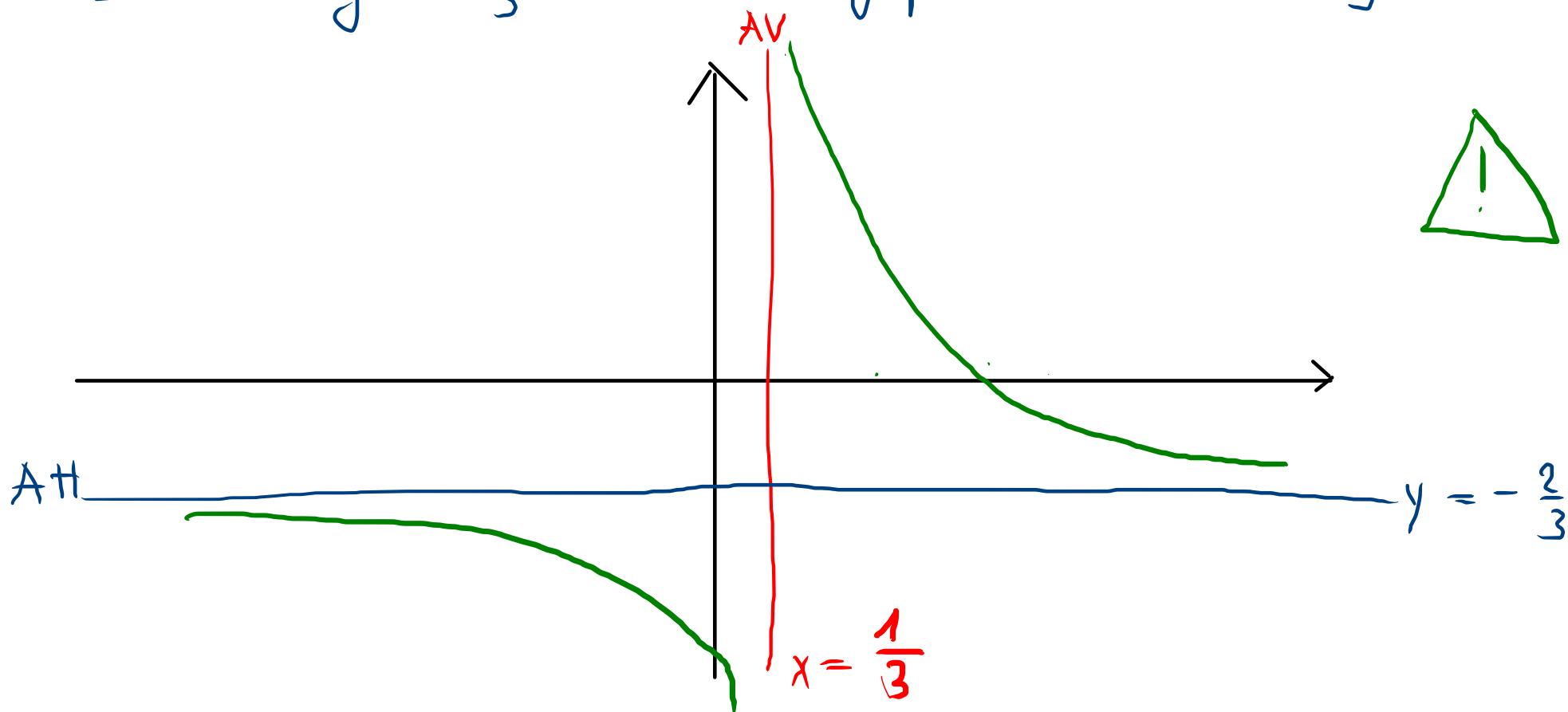
2.5.16 Calculer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 4}{-3x + 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^2 + 1}{x + 2}$

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 4}{-3x + 1} \stackrel{\text{FI}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(2 - \frac{4}{x})}{x(-3 + \frac{1}{x})} = -\frac{2}{3}$

[on dit $y = -\frac{2}{3}$ est une asymptote horizontale]



$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^2 + 1}{x + 2} \stackrel{\text{FI}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 \left(-3 + \frac{1}{x^2} \right)}{x \left(1 + \frac{2}{x} \right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(-3 + \frac{1}{x^2} \right)}{1 + \frac{2}{x}} = +\infty$$

" $\frac{\infty}{1}$ "

$$\text{e)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^7(2x+3)^4}{(2x+1)^3(x-98)^8} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^7 + \dots)(16x^4 + \dots)}{(8x^3 + \dots)(x^8 + \dots)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{16x^{11} + \dots}{8x^{11} + \dots} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^m + \dots}{bx^n + \dots} = \begin{cases} \infty & m > n \\ a/b & m = n \\ 0 & m < n \end{cases}$$

2.5.17 Calculer, si elles existent, $\lim_{x \rightarrow -\infty}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty}$ pour les fonctions f suivantes :

a) $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1} - x$

b) $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 - 4x + 3}}{x + 1}$

2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + x + 1} - x = +\infty - (-\infty)$
 $= +\infty + \infty = +\infty$

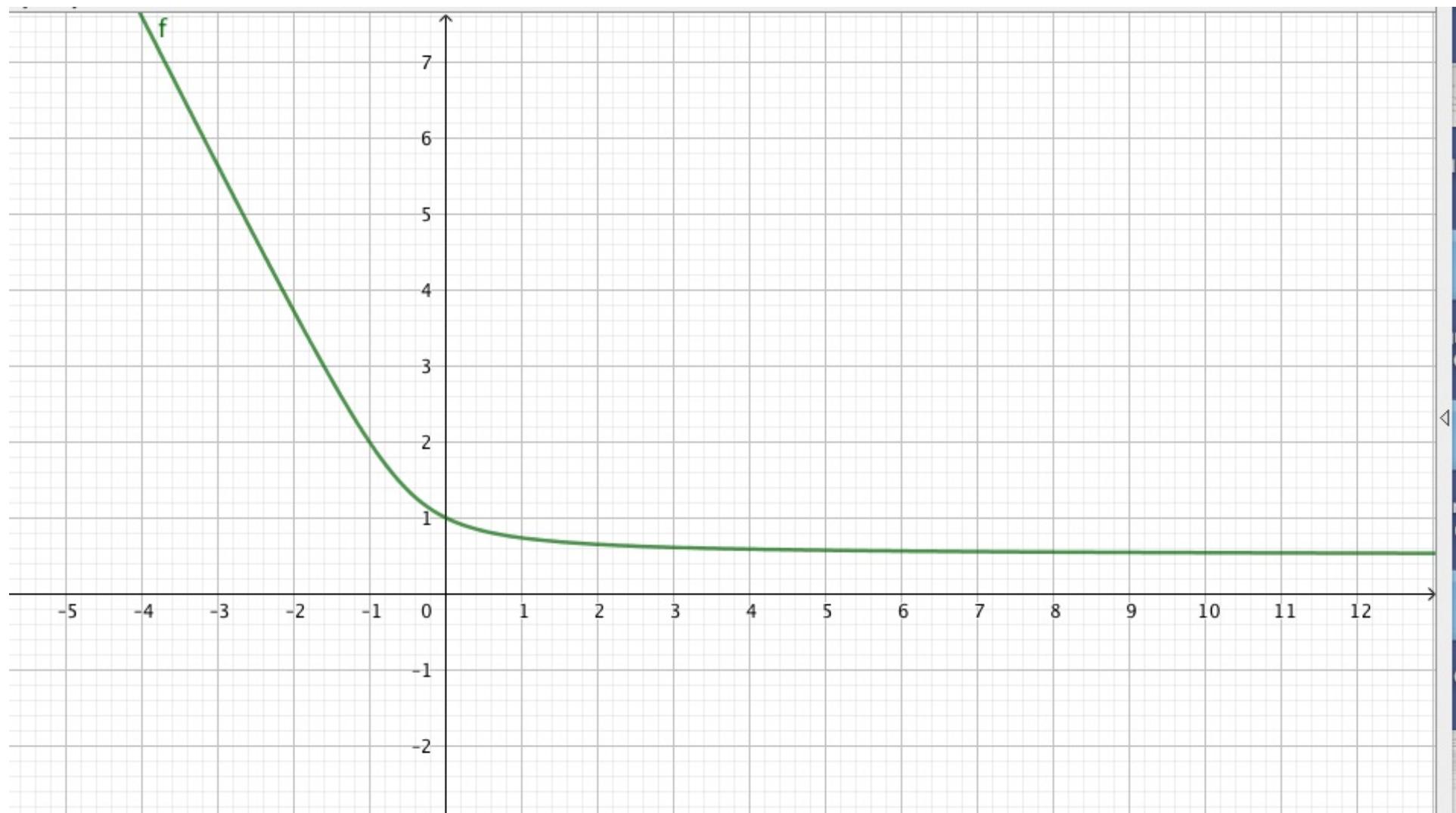
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x + 1} - x \stackrel{\text{FI}}{=} +\infty - \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + x + 1} - x)(\sqrt{x^2 + x + 1} + x)}{\sqrt{x^2 + x + 1} + x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 1}{\sqrt{x^2(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})} + x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(1 + \frac{1}{x})}{|x| \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(1 + \frac{1}{x})}{x \left(\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1 \right)} = \frac{1}{2}$$



$$\sqrt{3^2} = 3 \quad \sqrt{x^2} = x$$

$$\sqrt{(-3)^2} = 3 \quad \sqrt{x^2} = -x$$

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

$$\text{Se } x < 0 \quad \sqrt{x^2} = -x$$

$$\text{Se } x > 0 \quad \sqrt{x^2} = x$$