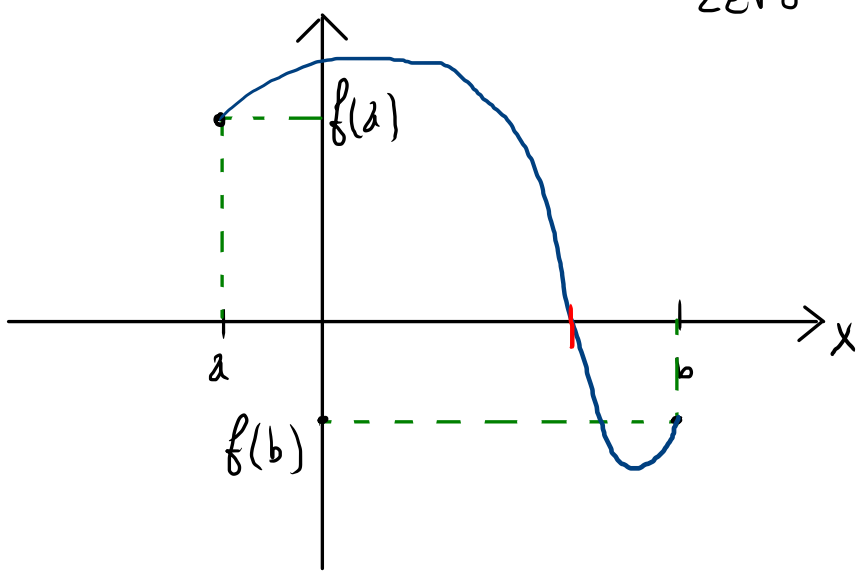
17.01.20

Théorème de Bolzano

Si f est continue sur $[a,b]$ et si $f(a)$ et $f(b)$ sont de signes contraire, alors $f(x)$ admet au moins un zéro dans $[a,b]$



2.6.4 Montrer que l'équation $\cos(x) = x$ possède une solution dans $[0; 1]$.

Posons $f(x) = \cos(x) - x$. Montrons que $f(x)$ admet un zéro dans $[0,1]$

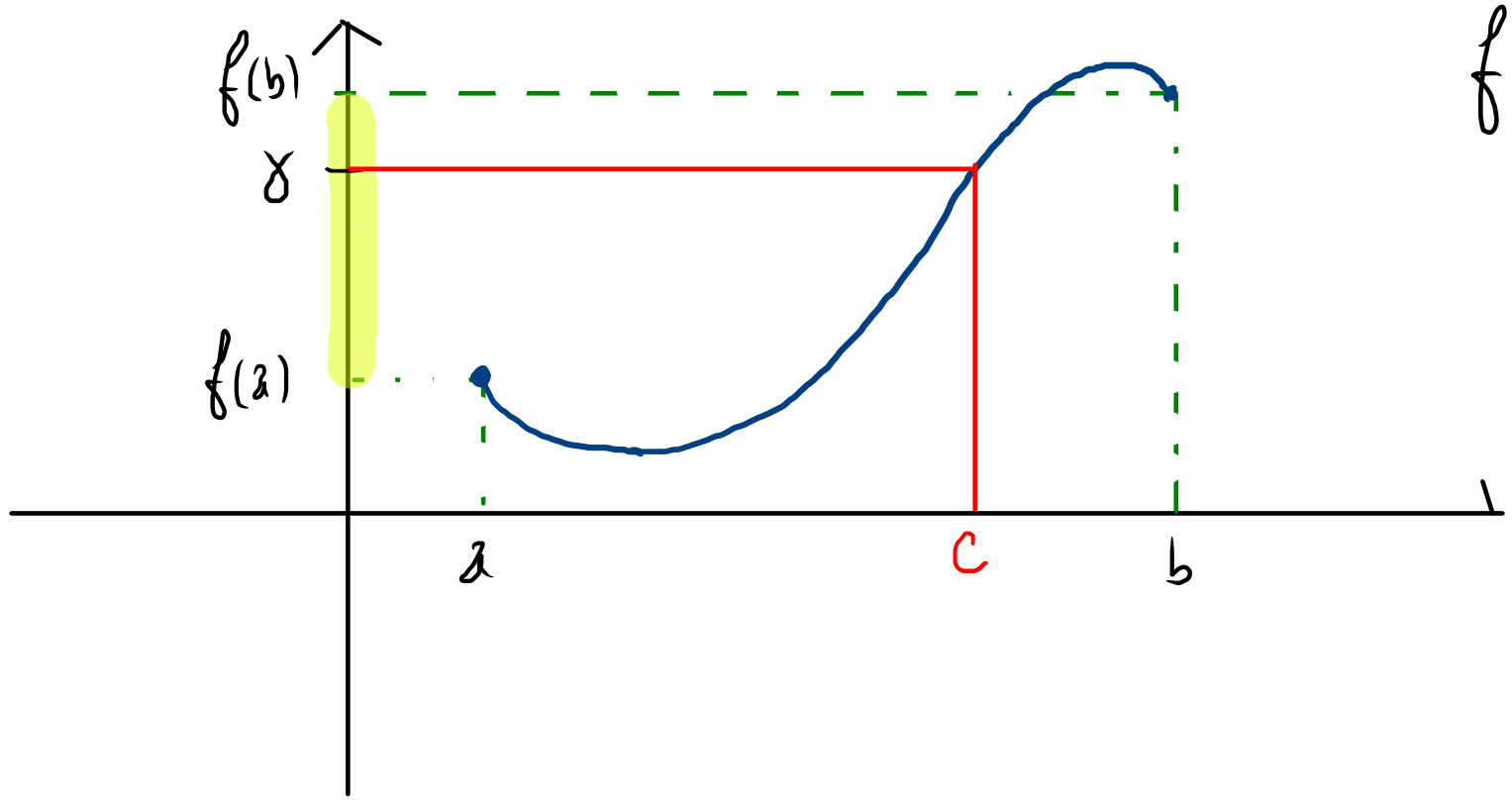
$f(0) = 1$, $f(1) \cong -0.45969769413186$

Par le théorème de Bolzano, $f(x)$ a un zéro dans $[0,1]$ donc l'équation $\cos(x) = x$ admet une solution dans $[0,1]$.

Théorème de la valeur intermédiaire

Si f est continue sur $[a,b]$, alors pour tout nombre γ compris entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe $c \in [a,b]$ tel que

$$f(c) = \gamma$$



2.7.1

a) $f(x) = \dfrac{x^2+x-2}{x^2+2x-3} = \dfrac{(x+2)(x-1)}{(x+3)(x-1)}$

$x+2$ s ou i
$x-1$ d p
$x+3$ s i

- $ED(f) = \mathbb{R} - \{-3; 1\}$

- Signe de $f(x)$

x		-3		-2		1	
$x+2$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$x-1$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
$x+3$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
$x-1$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$

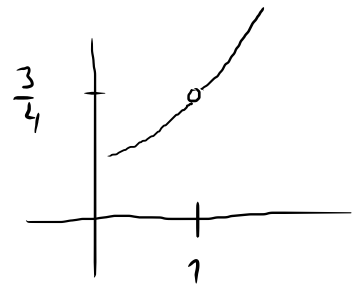
$\cancel{-2}; \cancel{-3}; \cancel{1}$

$\|\|$ signifie de la valeur n'appartient pas à $ED(f)$

x		-3_s		-2_s		1_d	
$f(x)$	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$

Intéressons-nous aux valeurs où la fonction n'est pas définie

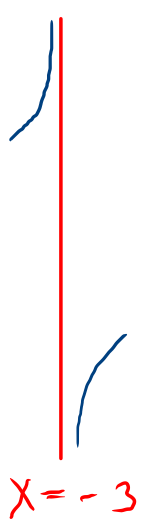
$$\lim_{x \to 1} f(x) \overset{FI}{\underset{\text{"}\frac{0}{0}\text{"}}{=}} \lim_{x \to 1} \frac{(x+2)\cancel{(x-1)}}{(x+3)\cancel{(x-1)}} = \frac{3}{4}$$



C'est un point trou $T\left(1 ; \frac{3}{4}\right)$

$$\lim_{x \to -3} f(x) = \lim_{x \to -3} \frac{(x+2)}{x+3} \underset{\text{"}\frac{-1}{0}\text{"}}{=} \infty \quad , \quad \text{en } x = -3$$

On dit que la fonction admet une asymptote verticale. Quelle est la position de la courbe par rapport à son AV ?



$$\lim_{\substack{x \to -3 \\ <}} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{\substack{x \to -3 \\ >}} f(x) = -\infty$$