

1.1.4 Résoudre dans \mathbb{C} le système d'équations ci-dessous :

$$\begin{cases} (2+i)z + (2-i)w = 7-4i \\ (1+i)z - iw = 2+i \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \text{I } \left\{ \begin{array}{l} (2+i)z + (2-i)w = 7-4i \\ (1+i)z - iw = 2+i \end{array} \right| \begin{array}{l} w \\ i \end{array} \\ \text{II } \left\{ \begin{array}{l} i(2+i)z + i(2-i)w = i(7-4i) \\ (2-i)(1+i)z - i(2-i)w = (2+i)(2-i) \end{array} \right| \begin{array}{l} (2-i) \\ (2+i) \end{array} \\ \hline \begin{array}{ll} [i(2+i) + (2-i)(1+i)]z &= i(7-4i) + (2+i)(2-i) \\ (2i-1+2+i+1)z &= 7i+4+5 \\ (2+3i)z &= 7i+9 \end{array} \\ z = \frac{9+7i}{2+3i} \cdot \frac{2-3i}{2-3i} = \frac{39-13i}{13} = 3-i \end{array}$$

2) Calculons w :

$$\text{Dans II } (1+i)(3-i) - iw = 2+i$$

$$\begin{array}{l} 4+2i-2-i = iw \\ 2+i = iw \quad | \div i \end{array}$$

$$\frac{2+i}{i} \cdot \frac{i}{i} = w$$

$$\frac{2i-1}{-1} = 1-2i = w$$

2.1.4 Écrire l'expression $a - |a - |a||$ sans utiliser de valeur absolue.

$$|a| = \begin{cases} -a & \text{si } a < 0 \\ a & \text{si } a \geq 0 \end{cases}$$

$$|-12| = -(-12) = 12$$

$$d - |d - 1d| = \begin{cases} d \\ 3d \end{cases} \quad \text{par l'expérience}$$

$$\begin{aligned} \text{Ex : } a = 6 & \quad : \quad 6 - |6 - |6|| = 6 - |6 - 6| = 6 \\ a = -6 & \quad (-6) - |-6 - |-6|| = -6 - |-6 - 6| \\ & = -6 - |-12| = -6 - 12 = -18 \end{aligned}$$

Démontrons ce résultat :

$$a) \lambda \geq 0 : \quad \lambda - |\lambda - \lambda| = \lambda$$

$$\text{b) } a < 0 : \quad a - |a + a| = a - |2a| = a - (-2a)$$

$$= a + 2a = 3a$$

2.1.5 Soit $x, y \in \mathbb{R}$. Montrer que :

$$\max(x; y) = \frac{x + y + |x - y|}{2} \quad \text{et} \quad \min(x; y) = \frac{x + y - |x - y|}{2}$$

Ex:

$$\max(-12, 18) = \frac{-12 + 18 + |-12 - 18|}{2} = \frac{6 + 30}{2} = 18$$

$$\min(-12, 18) = \frac{-12 + 18 - |-12 - 18|}{2} = \frac{-24}{2} = -12$$

Dém

Supposons $x \leq y$:

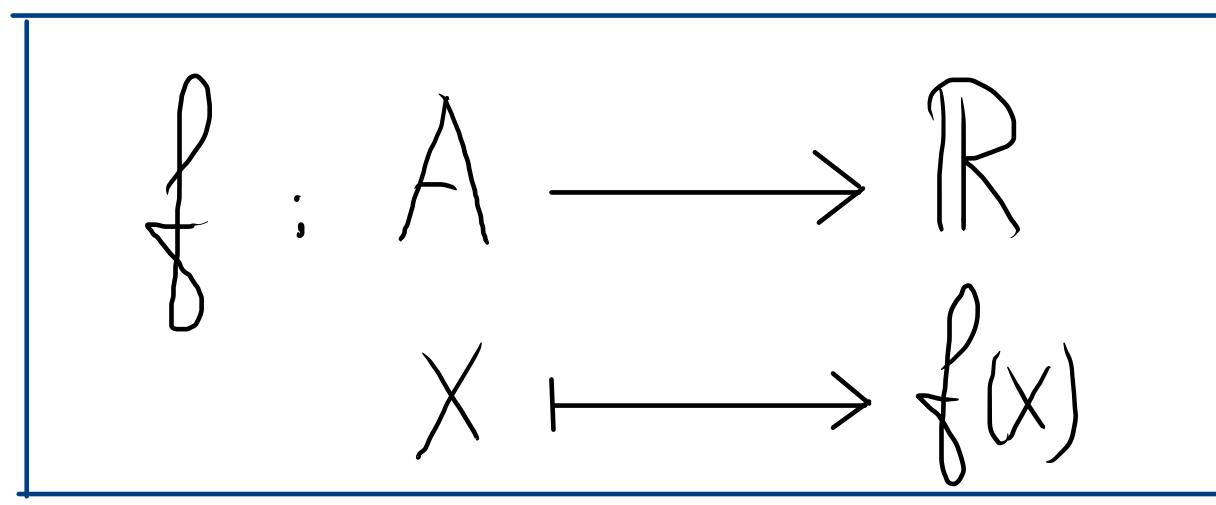
$$\max(x; y) = \frac{x + y - (x - y)}{2} = \frac{2y}{2} = y$$

$$\min(x; y) = \frac{x + y + (x - y)}{2} = \frac{2x}{2} = x$$

coqd

Fonction

$A \subset \mathbb{R}$ un ensemble non vide , on appelle fonction réelle à variable réelle une correspondance f qui à tout élément de A associe un et un seul élément de \mathbb{R}



On appelle ensemble de définition de f , noté $ED(f)$, E_f , D_f ou D , le plus grand sous-ensemble de \mathbb{R} pour lequel $f(x)$ a un sens,

2.2.1 Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

Fonctions polynomiales

a) $f(x) = 4 - 5x$

b) $f(x) = x^2 - x - 2$

c) $f(x) = (x + 4)^2(2 + x)$

d) $f(x) = -6x^3 + 11x^2 - 3x$

e) $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 8$

f) $f(x) = x^4 + 5x^2 - 36$

$ED(f) = \mathbb{R}$

Fonctions rationnelles

2.2.2 Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$$a) f(x) = \frac{x(x+4)}{3-2x}$$

$$b) f(x) = \frac{2x}{16-x^2}$$

$$c) f(x) = \frac{(x+2)^2(x+1)}{x^2+x}$$

$$d) f(x) = x - \frac{1}{x}$$

$$e) f(x) = \frac{1}{x-5} + \frac{3}{x+1}$$

$$f) f(x) = \frac{-5(4-x)^2}{(1-x^2)(2-x)}$$

a) Zéro du dénominateur : $3-2x = 0$

$$3 = 2x$$

$$ED(f) = \mathbb{R} - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

Fonctions irrationnelles

2.2.3 Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$

b) $f(x) = \sqrt{x-1}\sqrt{x-5}$

c) $f(x) = \sqrt{(x-1)(x-5)}$

d) $f(x) = \frac{\sqrt{6-2x}}{x^2 - 5x + 4}$

e) $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-4}}$

f) $f(x) = \frac{x^2 + 7x}{\sqrt{1-x^2}}$

c) Déterminer x tel que $(x-1)(x-5) \geq 0$

x	1	5			
$x-1$	-	+	+		
$x-5$	-	-	0	+	
$(x-1)(x-5)$	+	0	-	0	+

$$ED(f) =]-\infty; 1] \cup [5; +\infty[$$

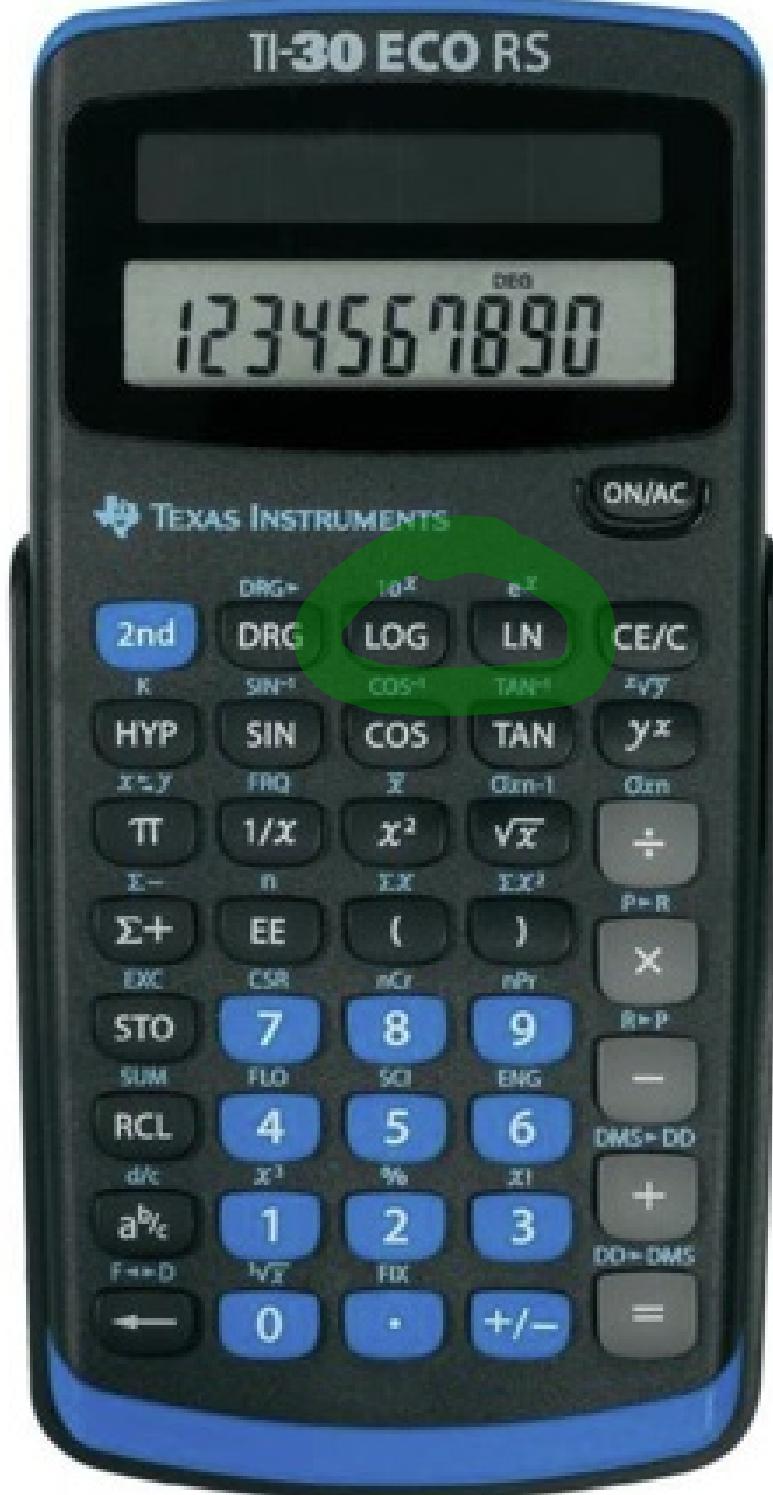
$$= \mathbb{R} -]1; 5[$$

f) Signe de $1-x^2 = (1-x)(1+x)$

x	-1	1	
$1-x$	+	0	-
$1+x$	-	0	+
$(1-x)(1+x)$	-	0	+



$$ED(f) =]-1; 1[$$



$$\log(x) \quad x > 0$$

$$\ln(x) \quad x > 0$$

$$\log_2(x) \quad x > 0$$